

Klemens Godek, Waldemar Krupiński

PROPOZYCJA KOMPLEKSOWEGO BADANIA TACHIMETRU ELEKTRONICZNEGO

PROPOSAL FOR A COMPREHENSIVE STUDY OF ELECTRONIC TOTAL STATION

Streszczenie

W pracy przedstawiono sposób przeprowadzenia kompleksowego badania poprawności pomiarów wykonywanych tachimetrem elektronicznym TRIMBLE 5602 DR 200+.

Badaniom poddano wykonane pomiary długości, kątów poziomych oraz przewyższeń. Pomiary wykonano na sieci testowej Uniwersytetu Rolniczego w Krakowie a ich wyniki opracowano metodami statystyki matematycznej w celu wykrycia występowania w nich ewentualnych nieprawidłowości.

Badania statystyczne trzech w/w grup pomiarowych zostały przeprowadzone w celu sprawdzenia, czy rozkłady ich błędów odpowiadają rozkładowi normalnemu, co decydowałoby o poprawności pomiarów testowych oraz o przydatności badanego tachimetru do wykonywania pomiarów geodezyjnych.

Do badania poprawności pomiarów długościowych zastosowano statystyczny test zgodności ABBE`GO [Krysicki 1986].

Pomiary kątowe oraz przewyższeń poddano badaniom za pomocą testów identyczności:

- dla pomiarów kątów poziomych zastosowano test MANN`A-WHITNEY`A-WILCOXONA

- dla pomiarów przewyższeń – test SERIL.

Dla sprawdzenia wyników w/w trzech testów statystycznych – wszystkie grupy pomiarowe przebadano testami parametrów:

1/ współczynnika S-asymetrii (skośność) [Ney 1970].

2/ współczynnika e - spłaszczenie (eksczes, kurioza) [Ney 1970]. [Kwinta, Krupiński 2010].

Z przeprowadzonych pomiarów oraz ich opracowań statystycznych wyciągnięto wnioski dotyczące poprawności wyników pomiarów wykonywanych bada-

nym sprzętem oraz przydatności tachimetru do wykonywania różnego rodzaju prac geodezyjnych.

Słowa kluczowe: test statystyczny, hipoteza zerowa, hipoteza alternatywna, obszar krytyczny testu

Summary

The paper shows how to conduct a comprehensive study of the accuracy of the measurements made with an electronic total station TRIMBLE 5602 DR 200 +.

The results of the measurements of lengths, horizontal angles and elevations were examined.

Measurements were performed on a test network of the Agricultural University in Krakow and the results of mathematical statistics methods have been developed to detect the presence of any irregularities in them.

Statistical surveys of these three groups of measurements were performed in order to check if their distributions of errors correspond to the normal distribution. This determines the accuracy of test measurements and the usefulness of the tested total station for the performance surveying.

To study the accuracy of length measurements a statistical ABBE test of compliance were used.

Measurements of angular and elevations were tested using the test of identity:

- for measuring of horizontal angles MANN-WHTNEY-WILCOXON test was used

- for measurements of elevations - SERIES test

To verify the results of these three statistical tests - all measuring groups were studied with tests parameters.

1/ S-factor asymmetry (skewness)

2/ e – flattening factor (excess, newfangled).

From the measurements and statistical studies drew the conclusions on the correctness of the results of the measurements made with tested equipment, and usefulness of this total station to perform various types of surveying.

Keywords: *statistical test, the null hypothesis, alternative hypothesis, the area of critical test*

WPROWADZENIE

Instrumenty geodezyjne mają podawane przez producentów parametry dokładnościowe w prospektach firmowych i instrukcjach obsługi. Odchylenie standardowe pomiaru kąta oraz dokładność pomiaru odległości są podawane dla dobrych warunków atmosferycznych.

Przy określaniu dokładności użytkowej danego instrumentu stosuje się metody testowe określone według Polskiej Normy PN/ISO 8322 [Pawłowski 1997, Piasek 1995]. Praktyczne użycie instrumentu geodezyjnego w terenowych pracach umożliwia faktyczne ocenienie jego dokładności oraz poznanie jego

zalet, wad i niedoskonałości. Dla przetestowania poprawności pomiarów długości, kątów poziomych oraz przewyższeń wykonywanych elektronicznym tachimetrem TRIMBLE 5602 DR 200+, wykonano pomiary badawcze oraz dokonano analizy statystycznej tych pomiarów.

Badany instrument spełnia wszystkie wymagania dla skutecznego i dokładnego wykonania pomiaru. Pozwala on również na wybór najbardziej odpowiadającej użytkownikowi techniki pomiarowej. System instrumentu zapewnia:

- automatyczną korekcję błędów sensora odczytowego,
- automatyczną korekcję błędów kolimacji i inklinacji,
- uśrednienie asymetryczne w celu eliminacji błędów celowania.

Jedną z wyróżniających się cech konstrukcyjnych instrumentu TRIMBLE jest elektroniczny system pomiaru kątów, który eliminuje błędy kątów poziomych i pionowych pojawiające się przy zastosowaniu konwencjonalnych teodolitów. Zasadą odczytu jest bazowanie na odczycie zintegrowanego sygnału na powierzchniach poziomych i pionowych przyrządów elektronicznych i tworzenie średniej wartości kątowej.

Moduł pomiaru odległości w TRIMBLE działa w obszarze podczerwieni widma elektromagnetycznego. Wysyła on wiązkę promieni podczerwonych odbieranych po odbiciu przez instrument a następnie przy pomocy komparatora mierzone jest opóźnienie fazowe pomiędzy nadanym i odbitym sygnałem.

Wbudowany mikroprocesor przetwarza zmierzone wartości i wyświetla je jako odległość z milimetrową dokładnością w czwartej linii monitora.

Dane techniczne tachimetru TRIMBLE 5602 DR 200+ :

Pomiar kąta:

- odchylenie standardowe pomiaru kąta 2" (5^{cc}),
- najmniejsza wyświetlana jednostka 1" (1^{cc}),
- powiększenie lunety 30x,
- kompensator dwuosiowy $\pm 6'$,
- minimalna ogniskowa 2 m.

Pomiar odległości:

- pomiar standardowy (na lustro) ± 3 mm ± 3 ppm,
- maksymalny zasięg na jedno lustro 5 500 m,
- pomiar standardowy (bez lustra) ± 3 mm ± 3 ppm,
- maksymalny zasięg pomiaru bez lustra 600 m.

PRZEPROWADZONE POMIARY

Testowanym tachimetrem wykonano pomiary:

- długości,
- kątów poziomych,
- przewyższeń.

Pomiary wykonano na sieci testowej Uniwersytetu Rolniczego w Krakowie przy ul. Balickiej 253A.

Pomiarów długości wykonano na jednym boku siatki w 36-ciu cyklach pomiarowych. Za cykl pomiarowy uznaje się komplet wszystkich czynności pomiarowych służących do otrzymania wyniku pomiaru.

Wyniki pomiarów oraz obliczenia związane z zastosowanym statystycznym testem ABBE`GO zawiera tabela 1 [Kwinta, Krupiński 2010].

Pomiary kątowe przeprowadzono dla jednego kąta sieci 20-to krotnie przy dwu położeniach lunety. Ich poprawność przebadano z zastosowaniem testu identyczności MANN`A-WHITNEY`A-WILCOXONA.

Pomiary i obliczenia związane z zastosowanym testem statystycznym zawiera tabela 3.

Pomiary przewyższeń przeprowadzono 16 krotnie dla jednego boku sieci, a uzyskane wyniki oraz ich analiza związana z zastosowanym testem SERII przedstawia tabela 5.

ZASTOSOWANE TESTY STATYSTYCZNE

1. Test zgodności Abbe`go

Za pomocą testu ABBE`GO można sprawdzić czy rozkład błędów testowanych pomiarów geodezyjnych jest zgodny z rozkładem normalnym oraz czy nie jest obciążony błędami statystycznymi zniekształcającymi pomiary [Ney 1970].

Dla sprawdzenia hipotezy zerowej:

H_0 : rozkład błędów odpowiada rozkładowi normalnemu przeciw hipotezie alternatywnej:

H_1 : rozkład badany nie jest rozkładem normalnym należy wykonać następujące czynności:

1. obliczyć charakterystykę m_d^2 według wzoru:

$$m_d^2 = \frac{1}{2(n-1)} \cdot \sum_{i=1}^{n-1} d_i^2 \quad \text{gdzie } d_i = x_{i+1} - x_i \quad \forall_i \quad (1)$$

2. obliczyć odchylenie standardowe m^2 wg wzoru:

$$m = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n v_i^2 \quad (2)$$

3. obliczyć wartość:

$$\tau = \frac{m_d^2}{m^2} \quad (3)$$

4. odczytać z tablic ABBE`GO:

$$\tau_q = \frac{\tau_\alpha}{n}$$

Jeżeli $\tau > \tau_q$ - badany rozkład odpowiada rozkładowi normalnemu (brak podstaw do odrzucenia H_0)

Jeżeli $\tau < \tau_q$ - badany rozkład nie odpowiada rozkładowi normalnemu (błędy systematyczne odrzucenie H_0 na korzyść H_1)

2. Test Mann`A-Whitney`A-Wilcoxona

Jest nieparametrycznym testem identyczności. Służy do porównania dwóch prób populacji generalnych [Krysicki 1986, Ney 1970]:

- jednej – o znanym rozkładzie,
- drugiej – której rozkład jest badany.

W celu weryfikacji H_0 o identyczności badanego rozkładu ze znanym rozkładem, należy:

1. wyniki obu próbek ustawić w jeden ciąg elementów wg wartości niemalejących, oraz oznaczyć, z której próbki dana wartość pochodzi (np.: próbki znanej – x, próbki badanej – y).
2. w ten sposób otrzymuje się np. ciąg:
 $x, x, y, y, y, y, x, y, y, x, x, x, y, y, x$
3. obliczyć statystykę testową którą jest tu ilość inwersji jednej próbki (x) ze względu na elementy drugiej próbki (y) oznaczoną przez u .
 Jeżeli w uporządkowanym ciągu elementów obu prób - element x poprzedza U elementów y , to temu elementowi x przypisuje się U inwersji.
4. zbadać czy zachodzi warunek pomiędzy inwersjami

$$U_1 + U_2 = n_1 \cdot n_2 \tag{4}$$

gdzie:

- U_1 – suma inwersji elementów x
- U_2 – suma inwersji elementów y
- n_1 – ilość elementów x
- n_2 – ilość elementów y

Za zbiór krytyczny testu przyjmuje się sumę przedziałów:

$$\langle 0; U_{kr}(\alpha, n_1, n_2) \rangle \cup \langle n_1 n_2 - U_{kr}(\alpha, n_1, n_2); n_1 n_2 \rangle \tag{5}$$

U_{kr} odczytuje się z tablic WILCOXONA.

W przypadku, gdy obliczona wzorem (4.) wartość statystyki U nie należy do zbioru krytycznego:

– brak podstaw do odrzucenia H_0 o identyczności rozkładu znanego z rozkładem badanym.

W przypadku przeciwnym - H_0 o identyczności obu rozkładów należy odrzucić na poziomie α .

3. Test serii

Jest podobnie jak test MANN`A-WHITNEY`A-WILCOXONA nieparametrycznym testem identyczności.

W celu stwierdzenia, czy badany zbiór wartości jest identyczny ze zbiorem którego rozkład znamy, należy:

1. uporządkować wyniki obu próbek jak dla testu MANN`A-WHITNEY`A-WILCOXONA w jeden ciąg, oraz w podobny sposób oznaczyć elementy próbki znanej i badanej (x, y).

2. obliczyć liczbę serii ciągu, gdzie serią jest każdy maksymalny podciąg składający się z elementów tego samego rodzaju.

Zbiorem krytycznym testu jest zbiór k liczb całkowitych, należących do przedziału

$$\langle 2; k_{kr}(\alpha, n_1, n_2) \rangle \quad (6)$$

gdzie:

- α – poziom istotności testu,
- n_1 – liczebność 1-szej próbki
- n_2 – liczebność 2-giej próbki
- k_{kr} – odczytuje się z tablic SERII

Jeżeli obliczona ilość serii k należy do zbioru krytycznego – H_0 o identyczności obu rozkładów należy odrzucić.

W przeciwnym przypadku – brak podstaw do odrzucenia H_0 .

Tabela 1. Uporządkowane niemalejąco wyniki pomiarów długościowych oraz obliczenia do testu ABBE`GO

| n | x_i [m] | $d_i = x_{i=1} - x_i$ | d_i^2 | $v_i = x_i - \bar{x}$ | v_i^2 |
|-----|-----------|-----------------------|---------|-----------------------|---------|
| 1 | 136,657 | 0 | 0 | -2,1 | 4,41 |
| 2 | 136,657 | 0 | 0 | -2,1 | 4,41 |
| 3 | 136,657 | 0 | 0 | -2,1 | 4,41 |
| 4 | 136,657 | 0 | 0 | -2,1 | 4,41 |
| 5 | 136,657 | 0 | 0 | -2,1 | 4,41 |
| 6 | 136,657 | 0 | 0 | -2,1 | 4,41 |
| 7 | 136,658 | -1 | 1 | -1,1 | 1,21 |
| 8 | 136,658 | -1 | 1 | -1,1 | 1,21 |
| 9 | 136,658 | -1 | 1 | -1,1 | 1,21 |
| 10 | 136,658 | -1 | 1 | -1,1 | 1,21 |

| n | x_i [m] | $d_i = x_{i=1} - x_i$ | d_i^2 | $v_i = x_i - \bar{x}$ | v_i^2 |
|-----------|-----------------|-----------------------|------------|-----------------------|--------------|
| 11 | 136,658 | -1 | 1 | -1,1 | 1,21 |
| 12 | 136,658 | -1 | 1 | -1,1 | 1,21 |
| 13 | 136,658 | -1 | 1 | -1,1 | 1,21 |
| 14 | 136,659 | -2 | 4 | -0,1 | 0,01 |
| 15 | 136,659 | -2 | 4 | -0,1 | 0,01 |
| 16 | 136,659 | -2 | 4 | -0,1 | 0,01 |
| 17 | 136,659 | -2 | 4 | -0,1 | 0,01 |
| 18 | 136,659 | -2 | 4 | -0,1 | 0,01 |
| 19 | 136,659 | -2 | 4 | -0,1 | 0,01 |
| 20 | 136,659 | -2 | 4 | -0,1 | 0,01 |
| 21 | 136,660 | -3 | 9 | 0,9 | 0,81 |
| 22 | 136,660 | -3 | 9 | 0,9 | 0,81 |
| 23 | 136,660 | -3 | 9 | 0,9 | 0,81 |
| 24 | 136,660 | -3 | 9 | 0,9 | 0,81 |
| 25 | 136,660 | -3 | 9 | 0,9 | 0,81 |
| 26 | 136,660 | -3 | 9 | 0,9 | 0,81 |
| 27 | 136,660 | -3 | 9 | 0,9 | 0,81 |
| 28 | 136,660 | -3 | 9 | 0,9 | 0,81 |
| 29 | 136,661 | -4 | 16 | 1,9 | 3,61 |
| 30 | 136,661 | -4 | 16 | 1,9 | 3,61 |
| 31 | 136,661 | -4 | 16 | 1,9 | 3,61 |
| 32 | 136,661 | -4 | 16 | 1,9 | 3,61 |
| 33 | 136,661 | -4 | 16 | 1,9 | 3,61 |
| 34 | 136,661 | -4 | 16 | 1,9 | 3,61 |
| 35 | 136,661 | -4 | 16 | 1,9 | 3,61 |
| 36 | 136,661 | -4 | 16 | 1,9 | 3,61 |
| Σ | 4919,729 | | 235 | 0,3 | 70,36 |
| \bar{x} | 136,6591 | | | | |

Obliczenia:

$$\bar{x} = 136,6591 \text{ m}$$

$$\sum d_i^2 = 235$$

$$m_d^2 = \frac{1}{2(n-1)} \cdot \sum d_i^2 = 3,4$$

$$\sum v_i^2 = 70,36$$

$$m_d^2 = \frac{1}{2(n-1)} \cdot \sum d_i^2 = 2,8$$

$$\tau = \frac{m_d^2}{m^2} = 1,7000$$

$$\tau_q = \tau_{0,05/36} = 0,7328 \quad \text{/z tablic Abbe'go/}$$

Wniosek:

$$\tau = 1,7000 > 0,7328 = \tau_q \downarrow$$

błędy pomiarów długości charakteryzują się rozkładem normalnym.

Tabela 2. Wyniki pomiarów kątowych: 1-szy szereg: rozkład znany (normalny); 2-gi szereg : rozkład badany (instrument testowany)

| Lp. | Kąty poziome | | | | | |
|-----|---|----|----|--------------------------------------|----|----|
| | Wyniki pomiarów instrumentem przebadanym (rozkład normalny) | | | Wyniki pomiarów instrumentem badanym | | |
| | g | c | cc | g | c | cc |
| 1 | 88 | 85 | 71 | 88 | 85 | 68 |
| 2 | 88 | 85 | 72 | 88 | 85 | 73 |
| 3 | 88 | 85 | 77 | 88 | 85 | 77 |
| 4 | 88 | 85 | 67 | 88 | 85 | 82 |
| 5 | 88 | 85 | 83 | 88 | 85 | 81 |
| 6 | 88 | 85 | 69 | 88 | 85 | 75 |
| 7 | 88 | 85 | 75 | 88 | 85 | 69 |
| 8 | 88 | 85 | 73 | 88 | 85 | 70 |
| 9 | 88 | 85 | 68 | 88 | 85 | 70 |
| 10 | 88 | 85 | 68 | 88 | 85 | 73 |
| 11 | 88 | 85 | 76 | 88 | 85 | 80 |
| 12 | 88 | 85 | 78 | 88 | 85 | 81 |
| 13 | 88 | 85 | 84 | 88 | 85 | 69 |
| 14 | 88 | 85 | 79 | 88 | 85 | 73 |
| 15 | 88 | 85 | 80 | 88 | 85 | 72 |
| 16 | 88 | 85 | 83 | 88 | 85 | 81 |
| 17 | 88 | 85 | 76 | 88 | 85 | 69 |
| 18 | 88 | 85 | 71 | 88 | 85 | 77 |
| 19 | 88 | 85 | 76 | 88 | 85 | 79 |
| 20 | 88 | 85 | 80 | 88 | 85 | 81 |

$$\bar{x} = 88^g 85^c 75^{cc}$$

$$V(x) = 23^{cc} 50$$

$$\sigma(x) = 4^{cc} 85$$

$$\sum \left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma} \right)^3 = 1,051731911$$

$$\sum \left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma} \right)^4 = 29,21593496$$

$$S = 0,06$$

$$e = -1,63$$

$$m_S = 0,49$$

$$m_e = 0,84$$

Tabela 3. Uporządkowane niemalejąco wyniki obu próbek razem i obliczenia do testu MANN'A-WHITNEY'A-WILCOXONA

| | <i>g</i> | <i>c</i> | <i>cc</i> | szereg | inwersje |
|----|----------|----------|-----------|--------|----------|
| 1 | 88 | 85 | 67 | x | 20 |
| 2 | 88 | 85 | 68 | x | 20 |
| 3 | 88 | 85 | 68 | x | 20 |
| 4 | 88 | 85 | 68 | y | 17 |
| 5 | 88 | 85 | 69 | x | 19 |
| 6 | 88 | 85 | 69 | y | 16 |
| 7 | 88 | 85 | 69 | y | 16 |
| 8 | 88 | 85 | 69 | y | 16 |
| 9 | 88 | 85 | 70 | y | 16 |
| 10 | 88 | 85 | 70 | y | 16 |
| 11 | 88 | 85 | 71 | x | 14 |
| 12 | 88 | 85 | 71 | x | 14 |
| 13 | 88 | 85 | 72 | x | 14 |
| 14 | 88 | 85 | 72 | y | 13 |
| 15 | 88 | 85 | 73 | x | 13 |
| 16 | 88 | 85 | 73 | y | 12 |
| 17 | 88 | 85 | 73 | y | 12 |
| 18 | 88 | 85 | 73 | y | 12 |
| 19 | 88 | 85 | 75 | x | 10 |
| 20 | 88 | 85 | 75 | y | 11 |
| 21 | 88 | 85 | 76 | x | 9 |
| 22 | 88 | 85 | 76 | x | 9 |
| 23 | 88 | 85 | 76 | x | 9 |
| 24 | 88 | 85 | 77 | x | 9 |
| 25 | 88 | 85 | 77 | y | 7 |
| 26 | 88 | 85 | 77 | y | 7 |
| 27 | 88 | 85 | 78 | x | 7 |
| 28 | 88 | 85 | 79 | x | 7 |
| 29 | 88 | 85 | 79 | y | 5 |
| 30 | 88 | 85 | 80 | x | 6 |
| 31 | 88 | 85 | 80 | x | 6 |
| 32 | 88 | 85 | 80 | y | 3 |
| 33 | 88 | 85 | 81 | y | 3 |
| 34 | 88 | 85 | 81 | y | 3 |
| 35 | 88 | 85 | 81 | y | 3 |
| 36 | 88 | 85 | 81 | y | 3 |
| 37 | 88 | 85 | 82 | y | 3 |
| 38 | 88 | 85 | 83 | x | 0 |
| 39 | 88 | 85 | 83 | x | 0 |
| 40 | 88 | 85 | 84 | x | 0 |

$$U_1 = 206 \quad n_1 \cdot n_2 = 20 \cdot 20 = 400$$

$$U_2 = 194$$

$$\text{spr: } U_1 + U_2 = n_1 \cdot n_2 = 400$$

Zbiór krytyczny testu: $\langle 0; U_{kr}(\alpha, n_1, n_2) \rangle \cup \langle n_1 n_2 - U_{kr}(\alpha, n_1, n_2); n_1 n_2 \rangle$

Z tablic U Wilcoxon: $U_{kr}(0,05, 20, 20) \cong 95$

$$\langle 0; 95 \rangle \cup \langle 305; 400 \rangle$$

Ponieważ $U_1 = 206$ nie należy do zbioru krytycznego

oraz $U_2 = 194$ nie należy do zbioru krytycznego



rozkład błędów pomiarów kątowych jest rozkładem normalnym.

Tabela 4. Wyniki pomiarów przewyższeń instrumentami znanym oraz testowanym

| 1-szy instrument o rozkładzie normalnym | | | 2-gi instrument (badany) | | |
|---|------------|----------------------|--------------------------|------------|-------------------------------------|
| Nr | pomiar [m] | $x_i - \bar{x}$ [cm] | | pomiar [m] | $\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma}$ [cm] |
| 1 | 33,849 | -7,3 | 1 | 33,838 | -1,4837 |
| 2 | 33,855 | -2,3 | 2 | 33,843 | -0,4675 |
| 3 | 33,838 | +4,7 | 3 | 33,850 | +0,9553 |
| 4 | 33,845 | +1,7 | 4 | 33,847 | +0,3455 |
| 5 | 33,852 | -6,3 | 5 | 33,839 | -1,2805 |
| 6 | 33,840 | -3,3 | 6 | 33,842 | -0,6707 |
| 7 | 33,841 | +6,7 | 7 | 33,852 | +1,3618 |
| 8 | 33,845 | +7,7 | 8 | 33,853 | +1,5650 |
| 9 | 33,857 | +0,7 | 9 | 33,846 | +0,1423 |
| 10 | 33,840 | -5,3 | 10 | 33,840 | -1,0772 |
| 11 | 33,844 | -4,3 | 11 | 33,841 | -0,8740 |
| 12 | 33,853 | -6,3 | 12 | 33,839 | -1,2805 |
| 13 | 33,853 | +5,7 | 13 | 33,851 | +1,1585 |
| 14 | 33,835 | +2,7 | 14 | 33,848 | +0,5488 |
| 15 | 33,839 | +0,7 | 15 | 33,846 | +0,1423 |
| 16 | 33,843 | +4,7 | 16 | 33,850 | +0,9553 |
| | | $\sum + 0,2$ | | | |

Zbiór krytyczny testu SERII: $\langle 2; k_{kr}(0,05, 16, 16) \rangle = \langle 2; 10 \rangle$

Tabela 5. Uporządkowane niemalejąco wyniki obu próbek razem do testu SERII

| Nr | pomiar | szereg |
|----|---------------|--------|
| 1 | 33,835 | x |
| 2 | 33,838 | x |
| 3 | 33,838 | y |
| 4 | 33,839 | x |
| 5 | 33,839 | y |
| 6 | 33,839 | y |
| 7 | 33,840 | x |
| 8 | 33,840 | x |
| 9 | 33,840 | y |
| 10 | 33,841 | x |
| 11 | 33,841 | y |
| 12 | 33,842 | y |
| 13 | 33,843 | x |
| 14 | 33,843 | y |
| 15 | 33,844 | x |
| 16 | 33,845 | x |
| 17 | 33,845 | x |
| 18 | 33,846 | y |
| 19 | 33,846 | y |
| 20 | 33,847 | y |
| 21 | 33,848 | y |
| 22 | 33,849 | x |
| 23 | 33,850 | y |
| 24 | 33,850 | y |
| 25 | 33,851 | y |
| 26 | 33,852 | x |
| 27 | 33,852 | y |
| 28 | 33,853 | x |
| 29 | 33,853 | x |
| 30 | 33,853 | y |
| 31 | 33,855 | x |
| 32 | 33,857 | x |

Wartość statystyki K – liczba serii K – gdzie serią jest każdy podciąg składający się z kolejnych elementów tego samego rodzaju.

W naszym przykładzie : zbiór krytyczny testu : $\langle 2; 10 \rangle$

Statystyka $K = 19$

Ponieważ $K = 19 \notin \langle 2; 10 \rangle \Rightarrow$ brak podstaw do odrzucenia H_0 o rozkładzie normalnym

4. Obliczenia sprawdzające wyniki stosowanych testów:

1. Abbe'go
2. Mann`A-Whitney`A-Wilcoxona
3. Serii

W celu sprawdzenia, czy opracowanie wyników w/w testami statystycznymi nie zawierały błędów oraz czy wyciągnięte z nich wnioski były prawidłowe – przeprowadzono dodatkowe badania wszystkich trzech rodzajów pomiarów.

Obliczenia kontrolne dotyczą wielkości takich parametrów rozkładów, jak:

1. współczynnika asymetrii S (skośność)
2. współczynnika ekscesu e (spłaszczenie)

W celu stwierdzenia, czy rozkład badany jest zgodny z rozkładem normalnym – należy porównać wyznaczone parametry danego rozkładu z ich wartościami teoretycznymi (dla rozkładu normalnego : $S = 0$ oraz $e = 0$) [Ney 1970, Piasek 2000].

Dla obliczenia S oraz e zastosowano wzory:

$$S = \frac{n}{(n-1) \cdot (n-2)} \cdot \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma} \right)^3 \quad (7)$$

$$e = \left\{ \frac{n(n+1)}{(n-1)(n-2)(n-3)} \cdot \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma} \right)^4 \right\} - \frac{3(n-1)^2}{(n-2) \cdot (n-3)} \quad (8)$$

oraz dla średnich błędów ich wyznaczenia wzory:

$$m_s = \sqrt{\frac{6(n-1)}{(n+1)(n+3)}} \quad (9)$$

$$m_e = \sqrt{\frac{24n(n-2)(n-3)}{(n+1)^2(n+3)(n+5)}} \quad (10)$$

W przypadku, gdy różnice między wartościami empirycznymi a teoretycznymi rozkładu są większe niż dwukrotne błędy średnie ich wyznaczenia, to H_0 o normalności badanego rozkładu odrzucić na określonym poziomie istotności.

W przypadku przeciwnym – brak podstaw do odrzucenia H_0 o rozkładzie normalnym.

Wyniki obliczeń parametrów S , e oraz ich błędów średnich m_s , m_e :

1. dla pomiarów długościowych (kontrola testu ABBE`GO)
 $S = -0,04$ $m_s = 0,38$ $e = -1,18$ $m_e = 0,70$

1. 2. dla pomiarów kątowych (kontrola testu MANN`A-WHTNEY`A-WILCOXONA)
- $S = 0,06$ $m_S = 0,49$ $e = -1,63$ $m_e = 0,84$
3. dla pomiarów przewyższeń (kontrola testu SERII)
- $S = 0,01$ $m_S = 0,53$ $e = -1,18$ $m_e = 0,88$

Jak widać z obliczeń parametrów S , e oraz ich błędów średnich: m_S , i m_e ; test ten potwierdza wyniki testów poprzednich o rozkładzie normalnym badanych błędów pomiarowych.

WNIOSKI

1. Obliczona statystyka $\tau = 1,4000$, a wartość krytyczna testu $\tau_q = 0,7328$, zachodzi więc $\tau > \tau_q$ co decyduje o normalnym rozkładzie błędów pomiarów długości wg testu ABBE`GO
2. Zbiór krytyczny testu MANN`A-WHTNEY`A-WILCOXONA jest sumą przedziałów $\langle 0; 95 \rangle \cup \langle 305; 400 \rangle$ a obliczona wartość testowa $U_I = 206$, nie należy więc ona do obszaru odrzucenia H_0 o normalnym rozkładzie błędów pomiarów kątowych.
3. Zbiór krytyczny testu SERII to zbiór liczb całkowitych: $\langle 2; 10 \rangle$ a obliczona wartość testowa $K = 19$ nie należy do tego zbioru, stąd wniosek o normalnym rozkładzie błędów pomiaru przewyższeń.
4. Ponieważ test parametrów potwierdził wyniki trzech poprzednich testów, należy przyjąć że badane wyniki pomiarów charakteryzują się błędami o rozkładzie normalnym, co oznacza że testowany tachimetr w pełni nadaje się do wykonywania pomiarów geodezyjnych.

BIBLIOGRAFIA

- Krysicki W., i in. 1986. *Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna w zadaniach. Cz.II. Statystyka matematyczna*. PWN, W-wa.
- Kwinta A., Krupiński W. 2010. *Analiza terenowego testu geodezyjnego instrumentu kątomierze-go metodami statystycznymi*. Infrastruktura i Ekologia Terenów Wiejskich. Polska Akademia Nauk, Nr 6/2010, PAN, Oddział w Krakowie
- Ney B. 1970. *Kryteria zgodności rozkładów empirycznych z modelami*. Zeszyty Naukowe PAN, Geodezja 7, Kraków.
- Pawłowski W. 1997. *Procedury ustalania dokładności użytkowej instrumentów pomiarowych według nowej Polskiej Normy PN/ISO8322*. Przegląd Geodezyjny Nr 2. Warszawa
- Piasek Z. 1995. *Wybrane przykłady zastosowań matematycznego opisu powierzchni Ziemi*. Czasopismo Techniczne 3B/1995. Wyd. PWN, Kraków-Warszawa
- Piasek Z. 2000. *Geodezja budowlana dla inżynierii środowiska*. Wyd. PK, Kraków.

Dr inż. Klemens Godek
Katedra Geodezji
Uniwersytet Rolniczy im. H.Kołłątaja
ul. Balicka 253a
30-198 Kraków
e-mail: rmgodek@cyf-ke.edu.pl
telefon: +4812 6624540

Dr hab. inż. Waldemar Krupiński, prof. UR
Katedra Geodezji
Uniwersytet Rolniczy im. H.Kołłątaja
ul. Balicka 253a
30-198 Kraków
telefon: +4812 6624512