INFRASTRUKTURA I EKOLOGIA TERENÓW WIEJSKICH
INFRASTRUCTURE AND ECOLOGY OF RURAL AREAS

Nr 12/2010, POLSKA AKADEMIA NAUK, Oddział w Krakowie, s. 67–77
Komisja Technicznej Infrastruktury Wsi

Tomasz Świętoń

ANALIZA WYBRANYCH ALGORYTMÓW OBLICZENIA KOREKT LOK. PUW 1965

ANALISYS OF SELECTED LOCAL CORRECTIONS ALGORITHMS IN COORDINATE SYSTEM 1965

Streszczenie

Rozporządzenie Rady Ministrów w sprawie Państwowego Systemu Odniesień Przestrzennych zobligowało jednostki prowadzące Zasób Geodezyjny i Kartograficzny do przejścia na nowy PUW 2000. Jednocześnie w Wytycznych Technicznych G-1.10 z 2001 roku określono formuły odwzorowawcze i zasady transformacji pomiędzy układem 1965 i 2000, w ramach których zalecono do stosowania lokalne transformacje korekcyjne. Wytyczne Techniczne nie mają charakteru obligatoryjnego i pozostawiają pewną dowolność w ostatecznym wyborze sposobu transformacji w zależności od lokalnych uwarunkowań. W artykule przeanalizowano wybrane algorytmy pozwalające na wyznaczenie wielkości korekt lokalnych. Wykonano liczne testy na rzeczywistych danych z kilku powiatów, pozwalające na określenie zalet i potencjalnych zagrożeń poszczególnych algorytmów oraz omówiono wpływ niekompletności danych na ostateczny wynik przeliczenia.

Słowa kluczowe: układ 2000, układ 1965, korekty lokalne, transformacja

Summary

According to the Council of Ministers regulation from 2000, new coordinate system "2000" should be applied in Polish official maps. Head Office of Geodesy and Cartography issued the rules of transformation between coordinate systems 1965 and 2000 which suggest using local corrective transformations. These guidelines are not obligatory. They allow to choose an optimal method according to the local conditions. In this article a few algorithms of local corrections were analyzed. Numerous tests based on real data from a few poviats were carried

out to clarify the advantages and potential risks of all methods. Additionally, an influence of uncompleted data on final results was described.

Key words: *coordinate system 2000, coordinate system 1965, local corrections, transformation*

WSTĘP

Zgodnie z obowiązującym stanem prawnym [Rozporządzenie RM, 2000] od 1 stycznia 2010 roku, przestał formalnie obowiązywać na terenie Polski Państwowy Układ Współrzędnych *1965* i został zastąpiony układami *2000* i *1992*. Mimo że wiele ODGiK nadal stoi przed tym zadaniem to jednak część jednostek prowadzących Zasób Geodezyjny i Kartograficzny uporało się już z problemem. jaki niewątpliwie stanowi pewna „rewolucja" związana z transformacją zasobu. Dzięki temu dostępna stała się duża ilość danych empirycznych, pozwalających na pewną weryfikację początkowych założeń i optymalizację algorytmów transformacyjnych.

Pośród przepisów, Instrukcji i Wytycznych Technicznych podstawowym dokumentem określającym sposób przejścia na układ 2000 są Wytyczne Techniczne G-1.10 [GUGiK 2001]. Opisano w nich możliwe sposoby transformacji i zasugerowano uwzględnienie tzw. korekt lokalnych likwidujących deformacje układu 1965 na poziomie osnów szczegółowych. Należy jednak pamiętać, że Wytyczne Techniczne nie mają charakteru obligatoryjnego i ich stosowanie nie jest obowiązkowe. Dodatkowo informacje dotyczące korekt lokalnych zawarte w wytycznych mają raczej charakter propozycji i sugestii niż jednoznacznych zaleceń. G-1.10 jedynie sugeruje stosowanie korekt lokalnych. Jednocześnie wydane przez GUGiK *Wytyczne do przeliczeń osnów poziomych i granic administracyjnych oraz przekształceń map katastralnych do układu „2000"* [GUGiK 2003] zawierają sugestię, aby osnowy przeliczać metodą ścisłego wyrównania obserwacji archiwalnych. W praktyce, ODGiK w różnym stopniu stosują się do zapisów zawartych w obu wytycznych. Często bagatelizują problem korekt lokalnych poprzestając jedynie na transformacji z zastosowaniem korekt globalnych lub stosują inne rozwiązania, uwzględniające np. problem zgodności granic PRG w układzie 2000 [Świętoń 2009].

W niniejszej publikacji wykonano testy na dużej ilości danych empirycznych celem określenia optymalnego algorytmu transformacji do układu 2000 uwzględniającego lokalne deformacje układu 1965. Podjęto próbę określenia zarówno możliwych do uzyskania dokładności, jak i potencjalną odporność poszczególnych metod na niekompletność danych. Wykorzystane dane empiryczne to zbiory punktów dostosowania, posiadające współrzędne w obu układach. W układzie 1965 są to współrzędne katalogowe, z których usunięto jedynie ewidentne błędy grube, pozostawiono natomiast wszystkie pozostałe błędy o cha-

rakterze przypadkowym i systematycznym. Takie dane stanowiły lokalny układ odniesienia, na podstawie którego tworzono wszystkie mapy i dlatego teraz powinny stanowić dane wejściowe do transformacji. Współrzędne w układzie 2000 zostały określone przez jednoczesne, jednorzędowe wyrównanie sieci zintegrowanej punktów III klasy dowiązanych do punktów osnowy I i II klasy mających już wyznaczone współrzędne w układzie 2000. Wyrównanie zostało wykonane na podstawie obserwacji pozyskanych z archiwalnych operatów geodezyjnych. Dzięki temu otrzymano wiarygodne informacje o lokalnych deformacjach układu 1965 mogące stanowić podstawę do oceny dokładności poszczególnych algorytmów. Wszystkie testy przeprowadzono na podobnie przygotowanych danych pochodzących z 5 powiatów: łęczyckiego, pajęczańskiego, ryckiego, rzeszowskiego i sejneńskiego. Testy wykonano za pomocą autorskiego oprogramowania, wykorzystującego algorytmy obliczeniowe i biblioteki .dll programu GEONET.

Tabela 1. Zestawienie ilości punktów dostosowania dla poszczególnych powiatów
Table 1. Number of control points in test poviats

Powiat:	Łęczycki	Pajęczański	Rycki	Rzeszowski	Sejneński
Ilość punktów testowych:	4911	6876	3838	6761	1282
W tym punktów I i II klasy:	268	298	397	995	104

TESTOWANE ALGORYTMY

W ramach publikacji przetestowano łącznie dziesięć algorytmów transformacji:

Transformacja Empiryczna – algorytm transformacji wielomianowej oparty o osnowę I i II klasy, określający korekty globalne układu 1965. Transformacja autorstwa prof. Romana Kadaja została zaaplikowana w wielu powszechnie wykorzystywanych programach np.: SWDE-Konwerter, Geonet, Ewmapa, GeoInfo itp. Główną zaletą tej metody jest jej łatwa dostępność, a co za tym idzie niski koszt wykonania transformacji zasobu oraz brak problemów z rozbieżnością danych na stykach dwóch, transformowanych niezależnie obszarów.

Transformacja Empiryczna -> Helmerta -> kor. Hausbrandta – trzyetapowa transformacja w której oprócz korekt globalnych eliminuje się także deformacje układu 1965 o charakterze lokalnym. Transformacja Helmerta wraz z korektami Hausbrandta wykonywana jest na podstawie punktów dostosowania, w których układ pierwotny stanowią współrzędne w układzie 2000 przetransformowane z układu 1965 transformacją empiryczną, a układ wtórny docelowe współrzędne w układzie 2000 (pochodzące z wyrównania osnowy III klasy w układzie 2000). Jest to algorytm transformacji chyba najczęściej stosowany w praktyce do transformacji zasobu.

Transformacja Empiryczna -> kor. Hausbrandta – transformacja wykonana w sposób podobny do poprzedniego algorytmu – pominięto jedynie etap drugi, transformację Helmerta.

Transformacja Empiryczna -> Helmerta – transformacja podobna do dwóch poprzednich algorytmów – tutaj nie zastosowano korekt Hausbrandta.

Transformacja Afiniczna – klasyczny algorytm transformacji, wykorzystujący punkty dostosowania w układzie 1965 i układzie 2000. Układ 1965 został tutaj potraktowany jak układ lokalny. Optymalnym stopień transformacji dla wszystkich powiatów wynosi 2. Dalsze zwiększanie stopnia nie przynosi wyraźnego spadku błędu średniego. Testy zostały wykonane w wersji z i bez korekt Hausbrandta.

Transformacja Helmerta – podobnie jak w transformacji Afinicznej wykonano testy z i bez korekt Hausbrandta, a optymalny stopień transformacji wynosi 2.

Transformacja Empiryczna -> Helmerta -> kor. Hausbrandta st. 3, st. 4 – trzyetapowa transformacja ze zmodyfikowanym sposobem obliczenia korekt Hausbrandta. Standardowy sposób liczenia korekt dla danego punktu to średnia ważona z poprawek na wszystkich punktach dostosowania, przy czym waga każdego z punktów to odwrotność kwadratu odległości od punktu wyznaczanego do punktu dostosowania (1).

$$V_{yi} = \frac{\sum_{k=1}^{n}(V_{yk}P_{ik})}{\sum_{k=1}^{n}P_{ik}} \qquad V_{xi} = \frac{\sum_{k=1}^{n}(V_{xk}P_{ik})}{\sum_{k=1}^{n}P_{ik}} \qquad P_{ik} = \frac{1}{d_{ik}^2} \tag{1}$$

Gdzie:

k – wskaźnik punktu dostosowania,

n – ilość punktów dostosowania

V_{xi}, V_{yi} – obliczone korekty Hausbrandta

V_{xk}, V_{yk} – poprawki na punktach dostosowania

Modyfikacja polega na zmianie sposobu obliczania wag, przez zwiększenie wartości wykładnika do 3 lub 4 (2), (3).

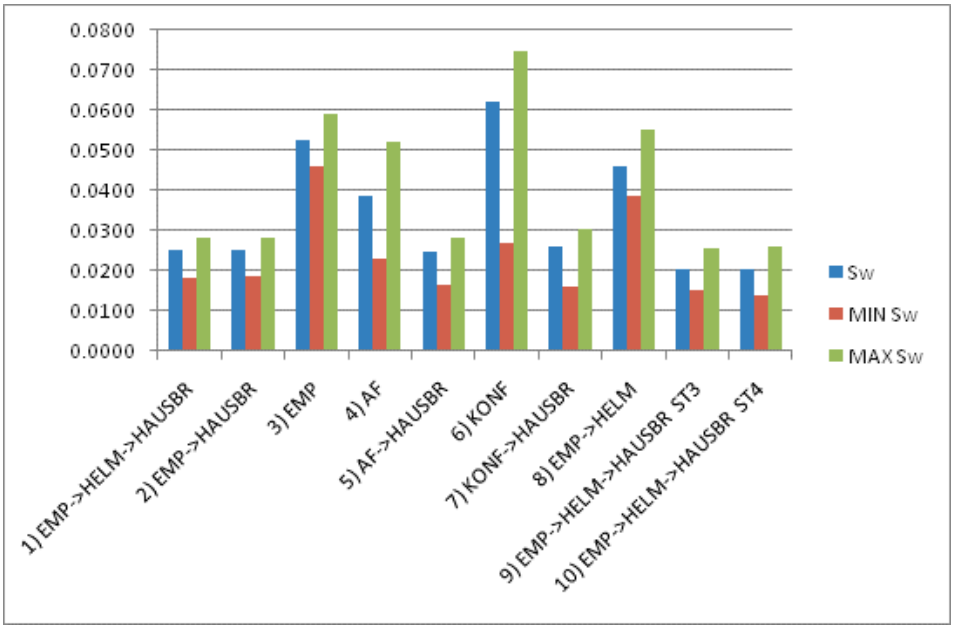
$$P_{ik} = \frac{1}{d_{ik}^3} \tag{2}$$

$$P_{ik} = \frac{1}{d_{ik}^4} \tag{3}$$

Dzięki takiemu zabiegowi zwiększy się wpływ na ostateczną wartość korekty punktów dostosowania, znajdujących się bliżej punktu wyznaczanego, kosztem punktów znajdujących się dalej.

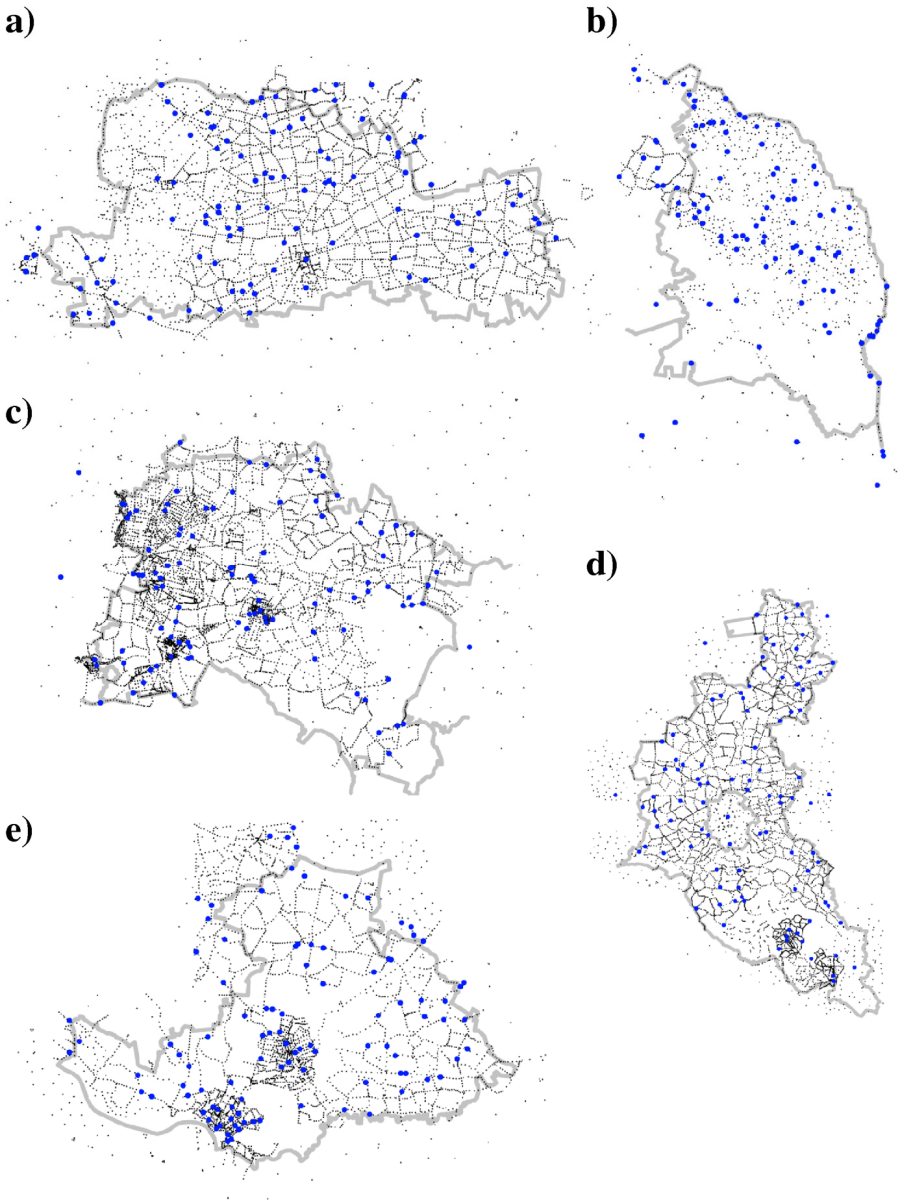
TEST 100 PUNKTÓW

Celem pierwszego z testów było określenie dokładności poszczególnych algorytmów w przypadku gdy dane (punkty dostosowania) są kompletne i równomiernie pokrywają cały obszar. Aby przygotować dane do testów, z każdego ze zbiorów punktów dostosowania usunięto 100 losowych punktów, które następnie transformowano testowanymi algorytmami. Wyniki porównano ze współrzędnymi pochodzącymi z wyrównania osnowy, co pozwoliło na ocenę dokładności każdej z metod. Przestrzenny rozkład punktów dostosowania i położenie punktów testowych w każdym z powiatów przedstawiono na rysunku 2.



Rysunek 1. Uśrednione z 5 powiatów średniokwadratowe, wypadkowe odchyłki transformacji dla testu 100 punktów
Figure 1. The average deviation of transformation for 100 points test)

Analiza średniokwadratowych, wypadkowych odchyłek transformacji (rys. 1) wskazuje, że mimo wykorzystanych różnych algorytmów, dopiero zastosowanie korekt Hausbrandta jako ostatniego etapu podnosi w sposób wyraźny dokładność całej transformacji. Niezależnie od przyjętego w pierwszym etapie algorytmu, po zastosowaniu korekt Hausbrandta uśrednione wartości S_w wynosiły max. 2,6 cm i były wyraźnie niższe niż w pozostałych metodach.



Rysunek 2. Szkic danych testowych powiatów: a) łęczyckiego; b) sejneńskiego; c) pajęczańskiego; d) rzeszowskiego; e) ryckiego. Kolorem niebieskim zaznaczono punkty testowe

Figure 2. Draft of test data fro poviats: a) Łęczyca; b) Sejny; c) Pajęczno; d) Rzeszów; e) Ryki. Test points are marked blue

Jednocześnie porównanie algorytmów, obejmujących w pierwszym etapie transformację empiryczną (alg. 1, 2, 3, 8) wskazuje, że transformacja Helmerta zastosowana jako kolejny etap nie poprawia w sposób znaczący ostatecznego wyniku transformacji. Najwyższe dokładności uzyskano dla algorytmów korzystających ze zmienionego sposobu obliczenia korekt posttransformacyjnych (alg. 9, 10) Sw ≈ 2 cm.

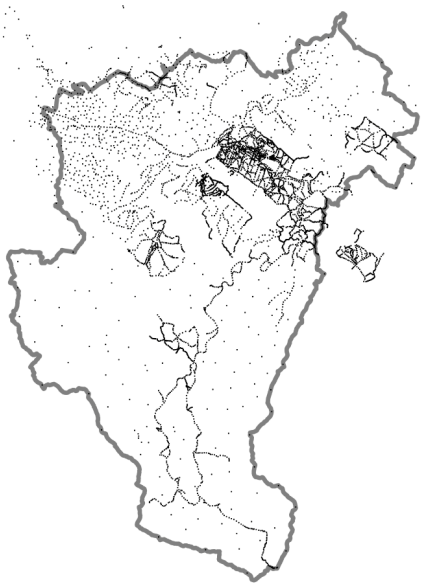
PROBLEM NIEKOMPLETNOŚCI DANYCH

Powszechnie stosowane w geodezji zasady mówią, że punkty dostosowania dla transformacji powinny być rozłożone równomiernie, ze szczególnym uwzględnieniem punktów znajdujących się na skraju opracowania. W praktyce, jeśli punkty pochodzą z wyrównania osnów archiwalnych, często nie jest możliwe 100% spełnienie tych warunków. Niekompletność archiwalnych operatów, niewielka gęstość osnów na pewnych obszarach (np. leśnych lub górskich) sprawiają, że uzyskanie idealnego pokrycia punktami dostosowania jest bardzo utrudnione. Na rysunku 3 pokazano szkic osnowy powiatu sanockiego wyrównanej w układzie 2000. Cała południowa, górska część powiatu, pozbawiona jest nadających się do wykorzystania punktów osnowy III klasy. Z wyjątkiem ciągów położonych wzdłuż linii kolejowej Zagórz–Łupków jedynymi punktami spełniającymi wymagania są punkty osnowy podstawowej.

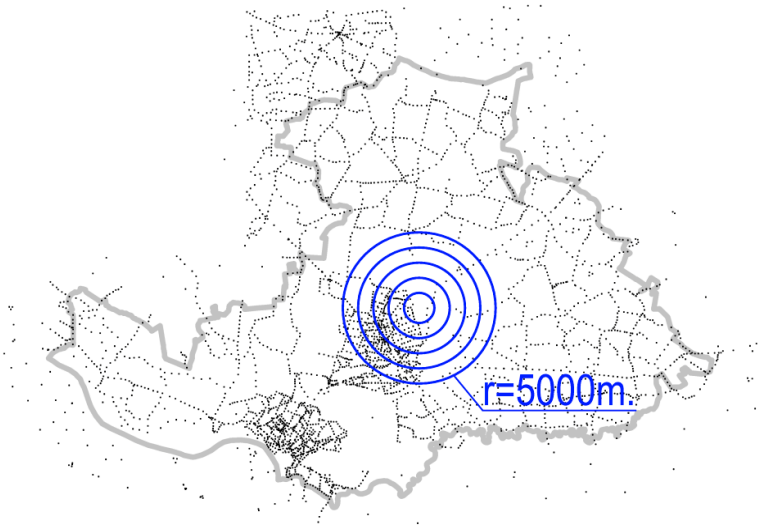
Jednocześnie w powiatach, np. nadgranicznych bardzo trudne może być pozyskanie poprawnych danych na skraju opracowania, co może wymuszać na wykonawcach robót geodezyjnych wykonywanie transformacji poza obszarem punktów dostosowania. Alternatywą jest uzyskanie odpowiednich danych poprzez pomiar terenowy, jest to jednak rozwiązanie dosyć pracochłonne i kosztowne i co za tym idzie nie zawsze może być zastosowane.

W związku z tym pojawia się pytanie, czy w przypadku braków danych na przestrzeni kilku kilometrów (np. na terenach leśnych) uprawnione jest zastosowanie testowanych algorytmów, przy założeniu, że na pozostałym obszarze punkty rozłożone są w sposób regularny? Jak daleko poza obszarem pokrytym przez punkty dostosowania można wykonywać transformację, jednocześnie zachowując odpowiednią dokładność? Który z algorytmów jest najbardziej odporny na braki w danych?

Aby spróbować odpowiedzieć na te pytania wykonano testy. Celem symulacji niekompletności danych, ze zbioru punktów dostosowania w każdym z powiatów usuwano wszystkie punkty w promieniu odpowiednio od 1000 do 5000 m od jednej, wybranej *a priori* pozycji. Następnie usunięte punkty zostały potraktowane jako dane do porównań i zostały przetransformowane każdym z algorytmów a wynikowe współrzędne w układzie 2000 zestawiono z wiarygodnymi współrzędnymi pochodzącymi z wyrównania osnowy. Na rysunku 4 pokazano przykładowy zakres punktów testowych dla powiatu ryckiego. W sposób analogiczny dobierane były dane dla pozostałych czterech powiatów.

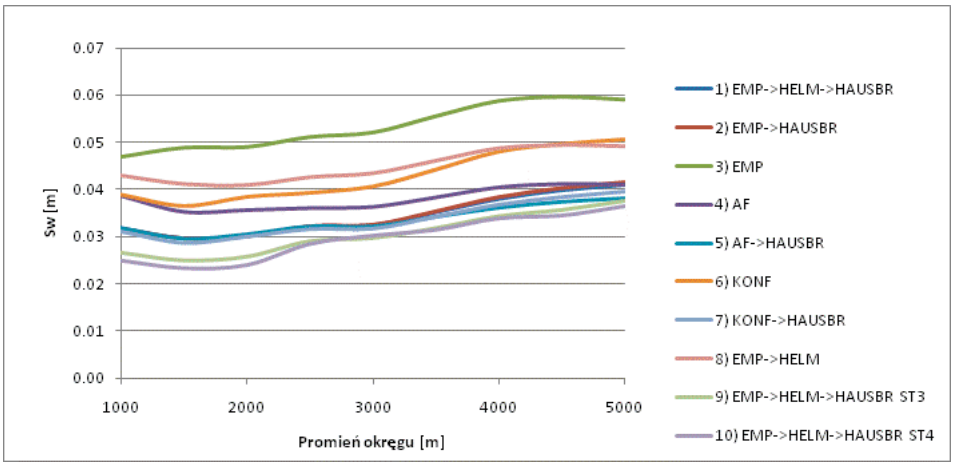


Rysunek 3. Wyrównana w układzie 2000 osnowa I, II i III klasy powiatu sanockiego
Figure 3. Network from poviat Sanok adjusted in coordinate system 2000



Rysunek 4. Zakresy obszaru testowego dla powiatu ryckiego
Figure 4. Test area in Ryki poviat

Analiza wyników (rys. 5) wskazuje, że podobnie jak w poprzednim teście wyraźnie lepsze efekty daje, niezależnie od przyjętego algorytmu, zastosowanie korekt Hausbrandta (alg. 1, 2, 5, 7), przy czym zmiana sposobu obliczenia wag w korektach (alg. 9, 10) daje zdecydowanie najlepsze rezultaty. Braki w punktach dostosowania na obszarze o średnicy do 5 km (promieniu do 2–2,5 km) nie powodują znaczącego spadku dokładności. Dalsze zwiększanie promienia okręgu powoduje zauważalny wzrost wartości S_w jednak dla algorytmów ze zmodyfikowanym sposobem obliczenia wag dla korekt Hausbrandta (9 i 10) nigdy nie przekraczają wartości 4 cm.



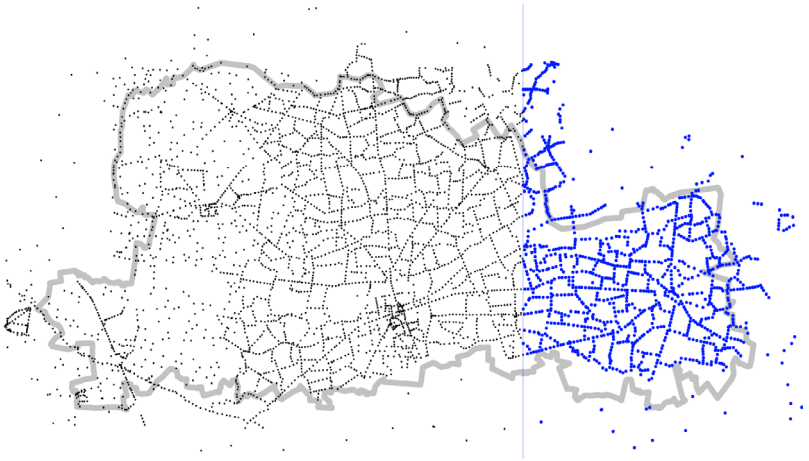
Rysunek 5. Uśrednione z 5 powiatów, średniokwadratowe, wypadkowe odchyłki transformacji w zależności od rozmiaru braków
Figure 5. Average deviation as function of circle radius

TRANSFORMACJA POZA OBSZAREM PUNKTÓW DOSTOSOWANIA

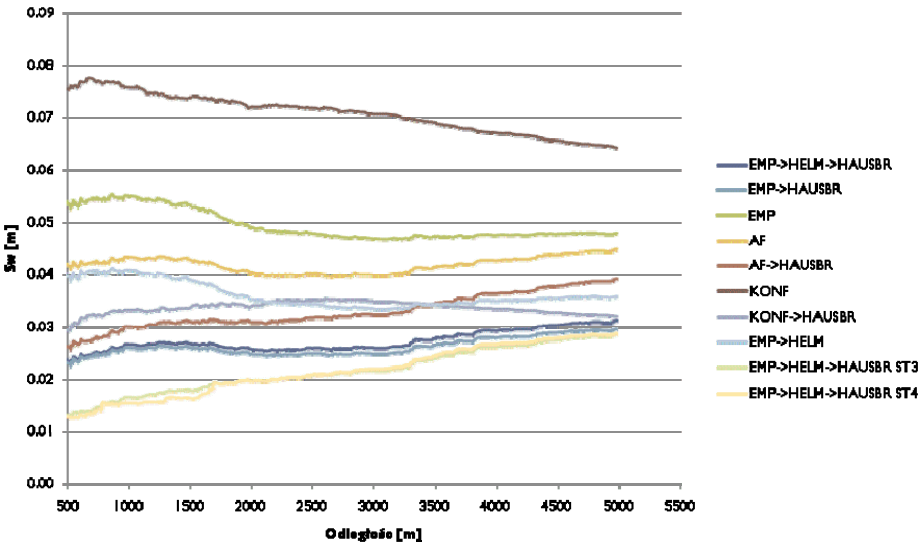
Kolejny test miał na celu sprawdzenie jak daleko poza obszarem punktów dostosowania można w sposób bezpieczny wykonywać transformację każdym z algorytmów. W tym celu kompletny zbiór punktów dostosowania w każdym z powiatów podzielono na dwie części wzdłuż przyjętej *a priori* prostej. Na punktach znajdujących się w większej części podczas testów oparto transformację, natomiast pozostałe punkty były punktami testowymi (rys. 6). Na tak przygotowanych danych wykonano obliczenia w sposób podobny, jak to miało miejsce w poprzednich testach.

Rezultaty są zbliżone do wyników dwóch poprzednich testów (rys. 7). Także tutaj wszystkie algorytmy opierające się na korektach Hausbrandta dawały zbliżone, dobre rezultaty, przy czym zdecydowanie najlepsze dokładności

dają transformacje, w których obliczano zmodyfikowane korekty Hausbrandta. W odległości ok. 5 km od zbioru punktów dostosowania średniokwadratowe, wypadkowe odchyłki transformacji nie przekraczały 3 cm.



Rysunek 6. Dane testowe dla powiatu łęczyckiego
Figure 6. Test data for Łęczyca poviat



Rysunek 7. Uśrednione z 5 powiatów, średniokwadratowe, wypadkowe odchyłki transformacji w zależności od odległości od zbioru punktów dostosowania
Figure 7. Average deviation as function of distance from control points set

WNIOSKI

Testy przeprowadzone na dużej ilości rzeczywistych, empirycznych danych wykazały, że często wykorzystywany algorytm transformacji pomiędzy układem 1965 a 2000, czyli trzyetapowa transformacja: empiryczna->Helmerta->kor. Hausbrandta daje zadowalające wyniki, ale w zasadzie każdy algorytm, którego ostatnim etapem są korekty posttransformacyjne daje zbliżone rezultaty. Jednocześnie braki w danych, czy transformacja w odległości nawet do 3 km poza obszarem punktów dostosowania nie powoduje wyraźnych spadków dokładności, przy założeniu, że punkty dostosowania stanowią punkty osnowy III klasy pokrywające teren całego powiatu. Najdokładniejsze wyniki w każdym z testów dawała transformacja, której ostatnim etapem jest obliczenie korekt Hausbrandta, ale ze zwiększonym wpływem punktów bliskich (zmodyfikowanymi wagami punktów dostosowania).

BIBLIOGRAFIA

GUGiK. Wytyczne Techniczne G-1.10. Warszawa 2001.

GUGiK. Wytyczne do przeliczeń osnów poziomych i granic administracyjnych oraz przekształceń map katastralnych do układu „2000", Warszawa 2003.

Rozporządzenie Rady Ministrów w sprawie państwowego systemu odniesień przestrzennych, Dz.U. Nr 70, Warszawa 2000

Świętoń T. *Transformacja do układu 2000 a problem zgodności PRG*. III Ogólnopolska Konferencja Naukowo-Techniczna „Kartografia Numeryczna i Informatyka Geodezyjna", Rzeszów-Polańczyk-Solina 2009.

Mgr inż. Tomasz Świętoń
Wyższa Szkoła Inżynieryjno-Ekonomiczna w Rzeszowie
Adres do korespondencji:
ul. Kustronia 9/25
35-303 Rzeszów

Recenzent: *Prof. UR dr hab. inż. Krzysztof Gawroński*