

*Edward Sawilow, Małgorzata Akińcza*

**ZASTOSOWANIE TEORII MODELOWANIA  
DLA POTRZEB PowszeCHNEJ  
TAKSACJI NIERUCHOMOŚCI**

---

***THE USE OF THE THEORY OF THE MODELLING  
FOR NEEDS OF THE GENERAL VALUATION  
OF REAL ESTATES***

**Streszczenie**

W artykule przedstawiono zastosowanie teorii modelowania do ustalania wartości katastralnych dla potrzeb określenia podstawy opodatkowania podatkiem od wartości nieruchomości. Badaniami objęto trzy obręby ewidencyjne, położone w południowej części Wrocławia. Podstawę budowy modeli wartości nieruchomości stanowił rejestr cen i wartości nieruchomości wraz z mapą numeryczną. Przeprowadzono analizę merytoryczną i statystyczną cen transakcyjnych zawartych w rejestrze cen i wartości nieruchomości. Wykonano aktualizację cen według segmentowej liniowej funkcji regresji.

Do budowy modeli zastosowano zmodyfikowane modele powszechnej taksacji nieruchomości opracowane w ramach projektu systemu powszechnej taksacji nieruchomości, będącego składnikiem Integracyjnej Platformy Elektronicznej, realizowanej w ramach projektu "Utworzenie Zintegrowanego Systemu Katastralnego", wykonanego na rzecz Głównego Urzędu Geodezji i Kartografii. Oprócz tych metod zastosowano do określenia wartości katastralnych model liniowy regresji wielokrotnej stosowany w metodzie analizy statystycznej rynku. Dokonano inwentaryzacji nieruchomości w wybranej strefie. Każdej nieruchomości przypisano zbiór atrybutów. W wyodrębnionych strefach taksacyjnych obliczono parametry modeli powszechnej taksacji nieruchomości, oszacowano wartości nieruchomości i przeprowadzono ocenę dokładności oszacowania tych wartości.

**Słowa kluczowe:** taksacja, nieruchomość, model

### Summary

*In the article one introduced the use of the theory of the modelling to the estimation of cadastral values for needs of the qualification of the basis of taxation with the tax from the value real estate. In the research one embraced three precincts of information, situated in the southern part of Wrocław. The base of the construction of models of the value real estates was determined by the register of prices and values of real estate together with the numeric map. One carried out the essential and statistical analysis of transactional prices contracted in the register of prices and values real estate. One performed the actualization of prices according to the metameric lineal function of the regress.*

*To the construction of models one applied modified models of the general valuation of real estate worked out within the framework of the project of the system of the general valuation of the real estates, being a component of the Integrative Platform Electronic, realized within the framework of the project "the Creation of the Integrated System Cadastral", performed in the interest of The Principal Office of the Geodesy and the Cartography. Apart from these methods one applied to the qualification of cadastral values the model of the lineal regress of the multiple practical in the method of the statistical analysis of the market. One made the stock-taking real estate in the chosen zone. Every real estate one credited the gathering of attributes. In separated valuation zones one counted parameters of models of the general valuation real estate, one estimated values real estates and one effected the estimation of the exactitude of the estimation of these values.*

**Key words:** valuation, real estate, model

## WPROWADZENIE

Modelowanie jest jedną z podstawowych metod badawczych, szeroko stosowaną we wszelkiej pracy twórczej, nie tylko naukowej ale i ogólnotechnicznej. W ostatnim okresie modelowanie jest szeroko wykorzystywane w różnych dziedzinach, w tym w gospodarce nieruchomościami. Model jest realnie istniejącym lub wyobrażonym obrazem zastępującym badany system naturalny. Słowo „model” powstało z łacińskiego słowa „modus” – „modulus”, co znaczy: miara, obraz, sposób. Model jest realnie istniejącym lub wyobrażonym obrazem zastępującym badany system naturalny. Elementy i relacje zachodzące w modelowanym systemie są odzwierciedlone w postaci innych elementów i relacji, typowych dla danej dziedziny badań. Model jest zatem, z założenia, pewną idealizacją lub uproszczeniem rzeczywistości. Sam charakter i stopień uproszczenia zależy od wiedzy, potrzeb i świadomości badacza. Wspólną dla teorii i modelu jest właściwość odnoszenia się do rzeczywistości, postrzeganej w uproszczonej, abstrakcyjnej formie. Opis sformalizowany, w którym są dokładnie ustalone elementy wejściowe i reguły przekształcania stają się synonimem ilościowego zapisu, badanego elementu rynku nieruchomości. Jeżeli uda się utożsamić opis sformalizowany z potwierdzoną rzeczywistością, to otrzymujemy model logicz-

no - matematyczny, lub po prostu model matematyczny, który odzwierciedla badany obiekt, zjawisko lub sytuację. Utożsamianie badanego wycinka rzeczywistości z wybranym modelem jest bardzo ważnym elementem procesu twórczego. Stosowanie modeli wynika z ograniczoności aparatu poznawczego, jakim dysponuje człowiek. Regułą jest dokonywanie wyboru, spośród elementów rozpatrywanego zbioru, połączonego wieloma różnymi relacjami, tylko tych elementów, które są obdarzone cechami istotnymi z punktu widzenia realizowanego procesu poznawczego i połączonych relacjami, istotnymi z tego samego punktu.

Model występuje jako ważny i skuteczny środek pomocniczy przy tworzeniu teorii i opracowaniu hipotez, np. o wartości nieruchomości. Modele są przedstawieniami stanów nieruchomości lub zdarzeń. Są one wyidealizowane w tym sensie, że są mniej złożone niż rzeczywistość i stąd łatwiejsze w użyciu. Prostota modeli w porównaniu z rzeczywistością wynika stąd, że uwzględniają one tylko te własności rzeczywistości, które są w danym przypadku istotne.

Proces modelowania jest procesem przetwarzania informacji, przepływających pomiędzy dwoma wycinkami rzeczywistości, będącymi modelowanym obiektem i jego modelem, we wszystkich możliwych sprzężeniach tych obiektów. Rozpoznawanie obiektu (nieruchomości), w celu stworzenia najodpowiedniejszego, na dane potrzeby modelu tego obiektu, nazywane jest identyfikacją. Proces identyfikacji polega na porównaniu, celem ustalenia tożsamości, obiektu będącego przedmiotem zainteresowania z modelem, który powstaje w wyniku przebiegu procesu identyfikacji. Identyfikacja jest to ustalenie tożsamości badanego obiektu lub zjawiska na podstawie ich najbardziej charakterystycznych cech.

Przystępując do opracowania modelu nie możemy obejść się bez wyjaśnienia przesłanek wyjściowych (założeń, hipotez, teorii). Zawarte są one w każdym modelu, bez względu na to, czy twórca modelu uświadamia to sobie, czy też nie zdaje sobie z tego sprawy. Do największych błędów w stosowaniu techniki modelowej dochodzi właśnie wtedy, kiedy podczas interpretacji wyników użytkownik nie uwzględni założeń, na których oparł konstrukcję modelu. Identyfikacja systemu i selekcja hipotez - to typowy proces aproksymacji. Ważnym warunkiem sukcesu końcowego jest zawsze naprawdę dobra znajomość problematyki rynku nieruchomości.

Modelowanie matematyczne wartości nieruchomości może mieć zastosowanie praktyczne w powszechnej taksacji nieruchomości dla celów ustalenia wartości katastralnej, dla potrzeb podatku od nieruchomości. Problem ten został skodyfikowany w ustawie o gospodarce nieruchomościami. Wprowadzenie podatku od wartości nieruchomości wymagać będzie oszacowania kilkudziesięciu milionów nieruchomości. Określenie wartości tak dużej liczby nieruchomości będzie możliwe jedynie poprzez zastosowanie modeli matematycznych wartości nieruchomości. W modelowaniu wartości nieruchomości wykorzystane muszą

być metody badań reprezentacyjnych, metody statystyki matematycznej i teorii ekonometrii.

Powszechna taksacja nieruchomości w polskim ustawodawstwie oznacza wycenę nieruchomości, w wyniku, której następuje ustalenie wartości katastralnych nieruchomości. W szerszym znaczeniu, pod pojęciem powszechnej taksacji nieruchomości należy rozumieć system prawny i administracyjny ustalania wymiaru podatku od wartości nieruchomości, a wycena nieruchomości stanowi w nim ważne ogniwo. Ten specyficzny rodzaj wyceny, obejmujący jednocześnie z reguły dużą liczbę nieruchomości, można nazwać wyceną masową lub wyceną powszechną.

### **MODELOWANIE WARTOŚCI NIERUCHOMOŚCI DLA POTRZEB POWSZECHNEJ TAKSACJI**

Powszechna taksacja nieruchomości ma na celu ustalenie wartości katastralnej nieruchomości, jako podstawy opodatkowania nieruchomości podatkiem ad valorem. W celu ustalenia wartości katastralnej nieruchomości musi zostać przeprowadzona powszechna wycena nieruchomości dla całego kraju. Aktualnie, tematykę powszechnej taksacji nieruchomości w Polsce regulują dwa akty prawne:

- 1) ustawa z dnia 21 sierpnia 1997 roku o gospodarce nieruchomościami (t. j. Dz. U z 2010r., Nr 102, poz.651 ze zm.),
- 2) rozporządzenie Rady Ministrów z dnia 29 czerwca 2005 r. w sprawie powszechnej taksacji nieruchomości (Dz. U. Nr 131, poz. 1092).

Ponadto opublikowany został projekt wytycznych przeprowadzenia powszechnej taksacji nieruchomości [Telega, Bojar, Adamczewski 2002].

Podstawą ustalenia wartości katastralnej nieruchomości ma być oszacowanie nieruchomości reprezentatywnych dla poszczególnych rodzajów nieruchomości, w danej strefie taksacyjnej, na obszarze danej jednostki ewidencyjnej. Strefa taksacyjna to ciągły obszar gruntu, wyodrębniony ze względu na funkcję w miejscowym planie zagospodarowania przestrzennego i ze względu na podobieństwo cech wpływających na jego wartość. Mapa stref taksacyjnych konstruowana jest na podkładzie mapy ewidencji gruntów i budynków.

Nieruchomości reprezentatywne to typowe nieruchomości, które można wybrać w danej strefie taksacyjnej, przyjmując jednorodność cech cenotwórczych. Na podstawie nieruchomości reprezentatywnych obliczona zostanie jednostkowa wartość nieruchomości i jej części składowych. W modelowaniu wartości nieruchomości jedną z pierwszych czynności jest opis i charakterystyka wszystkich nieruchomości w strefach taksacyjnych. Następnie ustala się zbiór atrybutów rynkowych mających wpływa na wartość nieruchomości. Atrybuty rynkowe nieruchomości są to w szczególności ich właściwości lokalizacyjne, fizyczne, techniczne i użytkowe, dla których można określić ich wpływ na war-

tość rynkową. Atrybuty mają charakter cech ilościowych i jakościowych. Zdefiniowany zbiór nieruchomości w strefie taksacyjnej można opisać w następującej postaci macierzowej.  $\mathbf{R} = [\mathbf{T}|\mathbf{A}|\mathbf{C}]$ , gdzie:  $\mathbf{T} = [t_{ij}]_{nx1}$  jest kolumnowym wektorem dat transakcji,  $\mathbf{A} = [a_{ij}]_{nxm}$  jest macierzą atrybutów nieruchomości,  $\mathbf{C}^* = [c_{ij}^*]_{nx1}$  jest wektorem jednostkowych cen transakcyjnych. Po ustaleniu zbioru istotnych atrybutów nieruchomości na lokalnym rynku opisujemy wszystkie nieruchomości przy pomocy tych atrybutów.

Wybór konkretnego zbioru atrybutów powinien być poprzedzony analizą, której celem będzie dostosowanie rodzaju parametrów do charakteru rynku lokalnego i dopiero wtedy będzie można określić zestaw atrybutów, które są najbardziej istotne na danym obszarze. Atrybuty nieruchomości mają właściwości jakościowe, porządkujące i ilościowe. Pomiaru właściwości dokonujemy na odpowiednich skalach. Po ustaleniu wartości liczbowych wszystkich atrybutów, w przyjętej skali punktowej otrzymamy dane wyjściowe do określenia wartości nieruchomości. Zbiór nieruchomości w strefie taksacyjnej opisać można w następującej postaci macierzowej.  $\mathbf{R} = [X|\mathbf{C}]$ , gdzie:  $X = [x_{ij}]_{nxm}$  jest macierzą cech nieruchomości,  $\mathbf{C} = [c_{ij}]_{nx1}$  jest wektorem jednostkowych zaktualizowanych cen transakcyjnych.

Przyjęte cechy nieruchomości mogą mieć różny wpływ na wartość tych nieruchomości. Wpływ tych cech na wartość nieruchomości można określić wieloma metodami. Wagi cech nieruchomości można ustalić arbitralnie w oparciu o informacje rynkowe, bądź korzystając ze wzorów podanych w pracach [Telega, Bojar, Adamczewski 2002; Sawiłow 2004]. Wagi cech wyznaczono według następującego wzoru będącego modyfikacją wzoru podanego w wytycznych:

$$p_j = r_j \cdot \left( \sum_{j=1}^m r_j \right)^{-1} \quad (1)$$

gdzie:

$$r_j = \left( \sum_{i=1}^n c_i \cdot x_{ij} \right)^2 \cdot \left( \sum_{i=1}^n c_i^2 \cdot \sum_{i=1}^n x_{ij}^2 - \left( \sum_{i=1}^n c_i \cdot x_{ij} \right)^2 \right)^{-1}$$

Do określenia parametrów modelu powszechnej taksacji zastosowano autorską formułę *ZPTN* [Sawiłow 2008], będącą modyfikacją wzorów podanych w wytycznych [Telega, Bojar, Adamczewski 2002] w postaci:

$$w_i = \bar{c} \cdot \sum_{j=1}^m \frac{x_{ij}}{\bar{x}_j} \cdot p_j \quad (2)$$

gdzie:

- $w_i$  – wartość jednostkowa nieruchomości, w strefie taksacyjnej,
- $\bar{c}$  – średnia arytmetyczna cen nieruchomości w strefie taksacyjnej,
- $x_{ij}$  – cechy nieruchomości w strefie taksacyjnej,
- $\bar{x}_j$  – średnia arytmetyczna  $j$ -tej cechy w strefie taksacyjnej,
- $p_j$  – wagi cech nieruchomości.

Nietrudno zauważyć, że powyższa formuła jest liniową funkcją  $m$  zmiennych przechodzącą przez początek układu współrzędnych. Moim zdaniem wyraz wolny nie powinien być równy zeru i dlatego zaproponowano nową formułę *NPTN* w postaci:

$$w_i = \alpha_0 + (\bar{c} - \alpha_0) \cdot \sum_{j=1}^m \frac{x_{ij}}{\bar{x}_j} \cdot p_j$$

$$\alpha_0 = \min_i c_i - \frac{\Delta C}{\max_i x_{ij} - 1} \quad (3)$$

$$\Delta c = \max_i c_i - \min_i c_i$$

Oprócz omówionych wyżej modeli powszechnej taksacji nieruchomości zastosowano do modelowania wartości katastralnych model liniowy regresji wielokrotnej *MLRW* w postaci:

$$w_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot x_{i,1} + \hat{\beta}_2 \cdot x_{i,2} + \dots + \hat{\beta}_m \cdot x_{i,m} + \xi \quad (4)$$

Model ten podobnie jak podane wyżej modele jest liniową funkcją  $m$  zmiennych, w której parametry  $\hat{\beta}$  estymowane są metodą najmniejszych kwadratów i jest stosowany przy wycenie nieruchomości w podejściu porównawczym, metodą analizy statystycznej rynku. Szerzej omówiono tematykę regresji stosowanej w pracy [Draper, Smith 1973; Lapin 1987].

Do oceny dokładności określenia wartości nieruchomości zaproponowano dwie miary, są to: średni błąd bezwzględny oceny *MI* oraz odchylenie standardowe błędu bezwzględnego *M2*. Miary te zdefiniowano w następujący sposób:

$$M1 = \left( \frac{\sum_{i=1}^n \frac{(c_i - w_i)^2}{n}}{n} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

$$M2 = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{|c_i - w_i|}{n}}{n} \quad (6)$$

Dodatkowo zastosowano relatywny błąd określenia wartości nieruchomości  $M3$  zdefiniowany następująco:

$$M3 = \frac{\sum_{i=1}^n (c_i - w_i)^2}{\sum_{i=1}^n (c_i - \bar{c})^2} \cdot 100\% \quad (7)$$

Wzór (7) określa procentowy stopień wyczerpania zmienności rozpatrywanych wartości nieruchomości otrzymanych na podstawie proponowanych modeli. Miary te są najczęściej stosowanymi wskaźnikami dokładności dopasowania wartości otrzymanych z modelu do ich wartości rzeczywistych. Zastosowanie tych miar pozwoli na ocenę dokładności określenia wartości nieruchomości z wykorzystaniem proponowanych metod. Im mniejszy błąd szacunku, tym większa pewność oszacowanej wartości.

Miary te są najczęściej stosowanymi wskaźnikami dokładności dopasowania estymowanych wartości do ich wartości rzeczywistych. Zastosowanie tej miary pozwoli na wskazanie metody o mniejszym błędzie i tym samym bardziej przydatnej dla potrzeb powszechnej taksacji nieruchomości.

## BADANIA WŁASNE

Badaniami objęto trzy obręby ewidencyjne położone w południowej części Wrocławia. Podstawę do analizy stanowił rejestr cen i wartości nieruchomości wraz z mapą numeryczną uzyskany z Zarządu Geodezji Kartografii i Katastru Miejskiego. Do analizy cen przyjęto transakcje o charakterze rynkowym. Odrzucono transakcje o wartościach znacznie odstających. Przyjęte wartości zostały zaktualizowane na datę ustalania wartości katastralnych. W przypadku, gdy w danej strefie nie było wystarczającej liczby informacji o cenach gruntów stanowiących przedmiot prawa własności, to w wykonanej analizie wykorzystano współczynniki wzajemnej relacji, pomiędzy wartościami nieruchomości jako przedmiotu prawa własności oraz wartościami nieruchomości jako przedmiotu prawa użytkowania wieczystego. Wartości cech nieruchomości wyrażają się

liczbą całkowitą, w skali punktowej od 1 do 5. W wyniku analizy rynku ustalono następujący zbiór cech i ich wartości:

- $X_1$  – Pole powierzchni w ha: 1-powyżej 0.1500, 2-od 0.0801 do 0.1500, 3-od 0.0501 do 0.0800, 4-od 0.0301 do 0.0500, 5 - do 0,0300,
- $X_2$  – Kształt działki: 1-nieregularny wielokąt, 2-trójkatny, 3-trawezowy, 4-kwadrat, 5-prostokąt,
- $X_3$  – Położenie w stosunku do centrum osiedla, odległość metryka euklidesowa w metrach:  
1-ponad 1200m; 2-od 901m do 1200m, 3-od601 do 900m, 4-od 301 do 600m, 5-do 300m,
- $X_4$  – Rodzaj nawierzchni: 1-gruntowa, 2-żwirowa, 3-brukowa, 4- kostka, 5-asfalt,
- $X_5$  – Stan zagospodarowania: 3 – zagospodarowana, 2 – częściowo, 1- niezagospodarowana,
- $X_6$  – Natężenie ruchu: 1-duże, 2- średnie, 3-małe,
- $X_7$  – Odległość po drogach od przystanku komunikacji miejskiej: 1-powyżej 750m, 2-od 551m do 750m, 3-od 351m do 550m, 4-od 151m do 350m, do 150m,
- $X_8$  – Rodzaj zabudowy: 1- jednorodzinna, 2-bliźniacza, 3-szeregową, 4-wielorodzinna niska, 5-wielorodzinna średniowysoka.

Charakterystykę nieruchomości przedstawiono w tabeli 1. Każdy wiersz oznacza wektor cech nieruchomości, zaś każda kolumna oznacza cechę tych nieruchomości w przyjętym wyżej opisie cech i ich skali. W ostatniej kolumnie zamieszczono jednostkowe ceny nieruchomości.

**Tabela 1.** Charakterystyka zbioru nieruchomości  
**Table 1.** Characterization of the set of real estates

| Numer<br>Number | Cechy nieruchomości<br>Features of real estates |       |       |       |       |       |       |       | Cena<br>[zł/m <sup>2</sup> ]<br>Price |
|-----------------|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---------------------------------------|
|                 | $X_1$   | $X_2$ | $X_3$ | $X_4$ | $X_5$ | $X_6$ | $X_7$ | $X_8$ |                                       |
| 1               | 3   | 4     | 4     | 1     | 2     | 3     | 3     | 3     | 234.22                                |
| 2               | 4   | 3     | 3     | 5     | 2     | 3     | 5     | 1     | 239.53                                |
| 3               | 4   | 5     | 2     | 1     | 2     | 2     | 2     | 2     | 204.27                                |
| 4               | 3   | 5     | 2     | 1     | 1     | 2     | 3     | 3     | 202.07                                |
| 5               | 1   | 4     | 2     | 5     | 1     | 3     | 4     | 1     | 202.50                                |
| 6               | 3   | 4     | 4     | 2     | 3     | 3     | 4     | 5     | 263.66                                |
| 7               | 3   | 4     | 4     | 1     | 2     | 3     | 3     | 3     | 231.93                                |
| 8               | 3   | 5     | 4     | 1     | 3     | 2     | 5     | 1     | 223.47                                |
| 9               | 4   | 1     | 3     | 1     | 3     | 3     | 4     | 3     | 212.58                                |
| 10              | 3   | 4     | 4     | 2     | 2     | 3     | 4     | 1     | 230.99                                |
| 11              | 2   | 5     | 3     | 5     | 2     | 3     | 5     | 1     | 237.60                                |



| Numer<br>Number | Cechy nieruchomości<br>Features of real estates |                |                |                |                |                |                |                | Cena<br>[zł/m <sup>2</sup> ]<br>Price |
|-----------------|---|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|---------------------------------------|
|                 | X <sub>1</sub>                                  | X <sub>2</sub> | X <sub>3</sub> | X <sub>4</sub> | X <sub>5</sub> | X <sub>6</sub> | X <sub>7</sub> | X <sub>8</sub> |                                       |
| 12              | 4   | 5              | 4              | 1              | 1              | 3              | 2              | 1              | 205.60                                |
| 13              | 3   | 5              | 5              | 5              | 3              | 3              | 5              | 4              | 306.05                                |
| 14              | 1   | 5              | 3              | 5              | 2              | 1              | 5              | 1              | 239.36                                |
| 15              | 3   | 5              | 3              | 1              | 3              | 3              | 2              | 1              | 222.94                                |
| 16              | 4   | 5              | 3              | 1              | 3              | 3              | 2              | 1              | 223.12                                |
| 17              | 2   | 5              | 2              | 3              | 3              | 1              | 1              | 3              | 202.93                                |
| 18              | 2   | 1              | 2              | 3              | 2              | 1              | 2              | 3              | 182.93                                |
| 19              | 1   | 5              | 3              | 5              | 1              | 3              | 3              | 1              | 202.57                                |
| 20              | 2   | 5              | 4              | 3              | 2              | 3              | 2              | 4              | 214.29                                |
| 21              | 3   | 5              | 4              | 3              | 2              | 3              | 3              | 1              | 221.18                                |
| 22              | 2   | 1              | 1              | 5              | 2              | 2              | 4              | 3              | 194.77                                |
| 23              | 3   | 4              | 3              | 2              | 3              | 3              | 3              | 1              | 219.63                                |
| 24              | 3   | 1              | 2              | 1              | 3              | 1              | 4              | 3              | 180.80                                |
| 25              | 3   | 5              | 5              | 5              | 1              | 1              | 5              | 1              | 217.66                                |
| 26              | 1   | 5              | 3              | 2              | 3              | 2              | 3              | 2              | 199.00                                |
| 27              | 3   | 1              | 3              | 1              | 2              | 3              | 2              | 1              | 200.40                                |
| 28              | 1   | 5              | 1              | 2              | 3              | 1              | 4              | 1              | 175.68                                |
| 29              | 4   | 5              | 4              | 5              | 1              | 3              | 2              | 1              | 246.63                                |
| 30              | 1   | 1              | 3              | 5              | 3              | 3              | 4              | 1              | 204.48                                |
| 31              | 4   | 5              | 5              | 5              | 3              | 3              | 3              | 2              | 262.69                                |

Na podstawie danych zawartych w tabeli 1 i wzorów (2) i (3) określono wartości nieruchomości z wykorzystaniem modelu *ZPTN* będącego modyfikacją modelu powszechnej taksacji nieruchomości opisanego w pracy [Telega, Bojar, Adamczewski 2002] oraz modelu *NPTN*, stanowiącego propozycję autora i uwzględniającego wyrazu wolnego. Wyniki zamieszczono w tabeli 2. Jako trzeci model zastosowano model liniowy regresji wielokrotnej *MLRW*. Dla zbioru danych zamieszczonych w tabeli 1 otrzymano model liniowej regresji wielokrotnej w postaci:

$$w = \overset{(16.25)}{65.52} + \overset{(2.70)}{7.90}x_1 + \overset{(1.65)}{5.60}x_2 + \overset{(2.93)}{7.21}x_3 + \overset{(1.60)}{5.87}x_4 + \overset{(3.20)}{8.32}x_5 + \overset{(3.23)}{9.11}x_6 + \overset{(2.22)}{5.34}x_7 + \overset{(2.02)}{6.49}x_8$$

Kwadrat współczynnika korelacji wielokrotnej  $R^2$  wynosi 0.85, co oznacza, że 85 % zmienność cen nieruchomości jest wyjaśnione przez model. Statystyka F (Fishera-Snedecora) wynosi 15.57, co może świadczyć dobrze o modelu jako zadawalającym narzędziu przewidywania wartości nieruchomości. W powyższym równaniu nad wartościami parametrów modelu umieszczono błędy standardowe parametrów. Z analizy tych rezultatów obliczeń wynika, że na poziomie istotności  $\alpha=0.05$  istotne są wszystkie zmienne w tym modelu. Oszacowane, na podstawie tego modelu, wartości nieruchomości zamieszczono w tabeli 2.

**Tabela 2.** Wyniki określenia wartości nieruchomości  
**Table 2.** Results of the valuation of the value of real estates

| Numer<br>Number | Oznaczenie modeli<br>Models determination |        |        |
|-----------------|---|--------|--------|
|                 | ZPTN                                      | NPTN   | MLRW   |
| 1               | 238.46                                    | 226.12 | 225.81 |
| 2               | 247.80                                    | 229.38 | 242.10 |
| 3               | 191.79                                    | 209.87 | 203.04 |
| 4               | 183.82                                    | 207.10 | 199.56 |
| 5               | 187.59                                    | 208.41 | 203.13 |
| 6               | 273.32                                    | 238.26 | 258.34 |
| 7               | 238.46                                    | 226.12 | 225.81 |
| 8               | 249.40                                    | 229.93 | 228.33 |
| 9               | 234.25                                    | 224.66 | 223.37 |
| 10              | 241.21                                    | 227.08 | 224.05 |
| 11              | 241.33                                    | 227.12 | 237.50 |
| 12              | 223.10                                    | 220.78 | 212.66 |
| 13              | 310.51                                    | 251.21 | 287.62 |
| 14              | 199.16                                    | 212.44 | 211.38 |
| 15              | 222.09                                    | 220.42 | 214.20 |
| 16              | 231.72                                    | 223.78 | 222.09 |
| 17              | 171.40                                    | 202.77 | 200.25 |
| 18              | 142.55                                    | 192.73 | 174.88 |
| 19              | 201.04                                    | 213.09 | 210.60 |
| 20              | 237.96                                    | 225.95 | 236.41 |
| 21              | 241.94                                    | 227.34 | 230.18 |
| 22              | 167.83                                    | 201.53 | 199.22 |
| 23              | 228,29                                    | 222.58 | 219.81 |
| 24              | 175.90                                    | 204.34 | 190.04 |
| 25              | 238.39                                    | 226.10 | 233.28 |
| 26              | 204.09                                    | 214.15 | 206.99 |
| 27              | 184.19                                    | 207.20 | 183.48 |
| 28              | 159.65                                    | 198.68 | 182.32 |
| 29              | 236.98                                    | 225.61 | 236.16 |
| 30              | 209.38                                    | 216.00 | 210.19 |
| 31              | 292.03                                    | 244.78 | 271.84 |

Do oceny dokładności określenia wartości nieruchomości zastosowano miary podane  $M1$ ,  $M2$  i  $M3$ , opisane wzorami (5), (6) i (7). W tabeli 3 zamieszczono otrzymane dokładności określenia wartości nieruchomości.

**Tabela 3.** Ocena dokładności określenia wartości nieruchomości  
**Table 3.** The estimation of the exactitude of the value of real estate

| Miara Błędu<br>Error<br>measure | Oznaczenie modeli<br>Models determination |       |       |
|---------------------------------|---|-------|-------|
|                                 | ZPTN                                      | NPTN  | MLRW  |
| M1                              | 18.50                                     | 16.05 | 10.26 |
| M2                              | 15.09                                     | 12.08 | 8.00  |
| M3                              | 48.78                                     | 36.70 | 15.01 |

Z powyższych danych wynika, że najmniejszymi błędami charakteryzuje się model *MLRW*, następnie *NPTN*, a największymi błędami określenia wartości nieruchomości katastralnych charakteryzuje się model *ZPTN*.

### PODSUMOWANIE

Przy ustalaniu wartości katastralnych nieruchomości stosowane powinny być metody właściwe dla potrzeb wyceny masowej, z zastosowaniem głównie metod modelowania matematycznego.

Podstawą akceptacji modelu powszechnej taksacji nieruchomości powinna być wiarygodność wyników w celu uniknięcia, wielu uzasadnionych z punktu widzenia stron, skarg na sposób przeprowadzenia powszechnej taksacji i uzyskiwanych wyników. Wiarygodność ustalonych wartości katastralnych powinna wiązać się także z przejrzystą strukturą szacowania i stosunkowo niewielką liczbą wyraźnie zdefiniowanych i jasno przedstawianych cech nieruchomości.

Zmodyfikowany model powszechnej taksacji nieruchomości *ZPTN*, w oparciu o algorytm zaprezentowany w wytycznych, spełnia warunki wyceny masowej. Przy wycenie nieruchomości dla potrzeb powszechnej taksacji nieruchomości nie można wykluczyć – w uzasadnionych przypadkach - stosowania innych metod modelowania wartości nieruchomości.

Z przedstawionych w pracy badań wynika, że bardzo przydatnym modelem może być model liniowy regresji wielokrotnej *MLRW*, charakteryzujący się najmniejszymi miarami błędu.

Brak wyrazu wolnego w modelu powszechnej taksacji nieruchomości może mieć istotne znaczenia dla ustalania wartości katastralnych i dlatego zaproponowano, do ustalenia wartości katastralnych nieruchomości, zastosowanie modelu *NPTN* z wyrazem wolnym. Model ten dał dokładniejsze wyniki od wdrażanego i zmodyfikowanego modelu powszechnej taksacji nieruchomości.

Do oceny poprawności modelu powszechnej taksacji nieruchomości, oprócz propozycji zawartych w wytycznych, powinno się stosować inne miary, co zostało wykazane w artykule. Porównanie błędów modeli pozwoli na wybranie modelu, który charakteryzuje się najmniejszym błędem określenia wartości nieruchomości.

## BIBLIOGRAFIA

- Draper N. R. Smith H. *Analiza regresji stosowana*. PWN, Warszawa 1973, 459 ss.
- Lapin L. L. *Statistics for Modern Business Decisions*. Harcourt Brace Jovanovich, Inc. United States of America 1987, 825 ss.
- Sawiłow E. *Analiza metod ustalania wpływu atrybutów na wartość nieruchomości*. Studia i Materiały Towarzystwa Naukowego Nieruchomości, vol. 12, nr 1, 2004, s. 179-189.
- Sawiłow E. *Metodyka ustalania wartości katastralnych*. Studia i Materiały Towarzystwa Naukowego Nieruchomości, vol. 16 nr 3, Olsztyn 2008, s. 89-101.
- Telega T. Bojar Z. Adamczewski Z. *Wytyczne przeprowadzenia powszechnej taksacji nieruchomości*. Przegląd Geodezyjny nr 6, 2002, s. 6-11.

Dr inż. Małgorzata Akińcza  
Katedra Gospodarki Przestrzennej  
Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu  
ul. Grunwaldzka 53, 50-357 Wrocław  
tel.: +48 71 3205671  
e-mail: malgorzata.akinca@up.wroc.pl

Dr inż. Edward Sawiłow  
Katedra Gospodarki Przestrzennej  
Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu  
ul. Grunwaldzka 53, 50-357 Wrocław  
tel.: +48 71 3205589  
e-mail: edward.sawilow@up.wroc.pl

Recenzent: *Prof. dr hab. Karol Noga*