

Andrzej Kwinta, Waldemar Krupiński

**ANALIZA TERENOWEGO TESTU GEODEZYJNEGO
INSTRUMENTU KĄTOMIERCZEGO
METODAMI STATYSTYCZNYMI**

***ANALYSIS OF TERRAIN TEST OF THE GEODETIC
HORIZONTAL ANGLE MEASUREMENT INSTRUMENT
WITH STATISTIC METHODS***

Streszczenie

Terenowe procedury testowania instrumentów geodezyjnych pozwalają na określenie rzeczywistych dokładności możliwych do uzyskania danym zestawem pomiarowym przez konkretnego użytkownika. Opracowanie wyników pomiarów wymaga wnikliwej analizy statystycznej. Konieczne jest zastosowanie wielowątkowej analizy statystycznej. W pracy przedstawiono wybrane testy statystyki matematycznej, które mogą mieć zastosowanie do tego zagadnienia.

Słowa kluczowe: testowanie instrumentów geodezyjnych, statystyczny test zgodności, statystyczny test identyczności

Summary

Terrain procedure of testing geodetic instruments allows us to define true accuracy possible to get with present measuring set by concrete user. The elaboration of measuring results demands penetrating, statistic analysis. It is necessary to use various kinds of statistic analysis. In that article are presented selected tests of mathematical statistic, which can be used with that issue.

Key words: *testing geodetic instruments, statistical test of compatibility, statistical test of identity*

WSTĘP

Pomiar kątów poziomych jest jednym z podstawowych pomiarów wykonywanych przez geodetów. Do tego celu wykorzystuje się teodolity bądź tachymetry. Pierwotnie instrumenty kątomiercze były urządzeniami optyczno-mechanicznymi, a obecnie najpowszechniejsze są urządzenia optyczno-mechaniczno-elektroniczne [Płatek 1992]. Niezależnie od konstrukcji instrumentu, czy też jego klasy dokładnościowej, zawsze w trakcie pomiaru mogą występować błędy, które w sposób niekorzystny będą wpływały na uzyskiwane wyniki. Część błędów można wyeliminować poprzez przyjęcie odpowiedniej technologii pomiarowej [Beluch 2007], niemniej nigdy w procesie pomiarowym nie zostaną wyeliminowane wszystkie przyczyny powstawania błędów pomiarowych.

Dokładność pomiaru danym przyrządem kątomierzczym zależy od czynników o charakterze instrumentalnym, środowiskowym i osobowym oraz od przyjętej technologii pomiarowej [Jagielski 2003, Gargula 2005]. Dominujące znaczenie mają czynniki instrumentalne. Nie można przy użyciu instrumentu o małej dokładności odczytu, poprzez zastosowanie „sztuczek statystycznych”, uzyskać bardzo precyzyjnego pomiaru. Z kolei posiadanie bardzo dokładnego instrumentu nie gwarantuje uzyskania bardzo wysokich dokładności wyników pomiarów.

Planując zakup sprzętu geodezyjnego, należy rozważyć wiele czynników o charakterze technicznym i ekonomicznym. Im doskonalszy instrument, przy czym nie chodzi tu tylko o samą dokładność pomiarową, tym jest droższy. Analiza możliwości wykorzystania danego urządzenia jest bardzo ważna. Podstawowymi wyróżnikami branymi pod uwagę są: dokładność pomiaru kąta, wyświetlana najmniejsza jednostka, powiększenie lunety, rejestracja pomiarów, oprogramowanie, waga, bateria, odporność na wilgoć i pyły itp. Jednak podstawowym wyróżnikiem jest dokładność pomiarowa danego instrumentu. Czynnikiem ten jest również zasadniczym elementem klasyfikacji teodolitów [Szymoński 1971].

Instrumenty w swoim opisie mają podawane bardzo wysokie dokładności [Deumlich 1988], jednak dokładności te wyznaczane są na specjalnie skonstruowanych bazach testowych, czy też komparatorach w laboratoriach. Rzeczywiste możliwości pomiarowe instrumentu wraz z osprzętem można zweryfikować poprzez zastosowanie odpowiednich procedur testowych [PN-ISO 17123-1 2005]. Dany zestaw pomiarowy (instrument plus osprzęt), w danych warunkach terenowych (zakres długości celowych) obsługiwany przez konkretnego pomiarowego będzie charakteryzował się określonymi dokładnościami. Określenie dokładności zestawu pomiarowego dla danych zagadnień pomiarowych jest przedmiotem terenowych procedur testowania ujętych w polskich normach. W części trzeciej normy PN-ISO 17123 zawarte są procedury testowania teodo-

litów [PN-ISO 17123-3 2005]. Oczywiście terenowe metody testowania instrumentów służą jedynie określeniu ich dokładności w danych warunkach pomiarowych, natomiast rektyfikację sprzętu należy przeprowadzić w odpowiednio wyposażonym laboratorium [Tatarczyk 1994].

Sam pomiar terenowy dostarcza jedynie danych, które należy opracować numerycznie. Aby wnioskować o dokładności danego instrumentu należy przeprowadzić odpowiednie opracowanie statystyczne wyników. Prowadzenie analizy statystycznej w wersji „uproszczonej”, to znaczy obliczenie wartości średniej i błędu średniego, może prowadzić do błędnych wniosków końcowych. Przeprowadzenie rzetelnej analizy powinno być oparte na metodach statystyki matematycznej z uwzględnieniem badania charakteru uzyskanego rozkładu empirycznego.

W niniejszej pracy przedstawiona zostanie uproszczona procedura testowania teodolitu w odniesieniu do pomiaru kątów poziomych na przykładzie tachimetru elektronicznego NIKON NPL352, wraz z analizą statystyczną wyników na przykładach trzech testów statystycznych pozwalających na ocenę jakościową wyników pomiarów.

PROCEDURA TESTOWANIA

Zgodnie z polską normą [PN-ISO 17123-3 2005] testowanie teodolitów prowadzić można w dwóch trybach, to znaczy w postaci pełnej procedury testowej oraz procedury uproszczonej. Dla potrzeb testowania teodolitu pod kątem jego wykorzystania do pomiaru kierunków poziomych należy założyć odpowiedni poligon badawczy. Najlepiej w terenie płaskim, należy rozmieścić regularnie wokół horyzontu tarcze celownicze (na wysokości osi celowej), w ilości 4 dla procedury uproszczonej i 5 dla pełnej procedury. Odległość tarcz od instrumentu powinna wynosić od 100 do 250 m. W uproszczonej procedurze testowej pomiary wykonuje się tylko w jednym cyklu, natomiast w procedurze pełnej co najmniej w 4 cyklach z ponownym ustawieniem instrumentu po każdym cyklu. Na jeden cykl pomiarowy powinny składać się co najmniej 3 serie, a każda z nich to pomiar kierunków w dwóch położeniach lunety

Dane wykorzystywane w niniejszej pracy zostały uzyskane z pomiarów prowadzonych przez studentów kierunku Geodezja i Kartografia Uniwersytetu Rolniczego w Krakowie. Ponieważ czas pomiaru był ograniczony czasem trwania zajęć i jednocześnie rozciągnięty na przestrzeni kilku tygodni, należało zmodyfikować wymagania stawiane przez normę. Baza pomiarowa składała się 5 tarcz celowniczych umieszczonych na statywach w odległościach od instrumentu, wahających się od 80 do 160 m. Baza pomiarowa nie była stabilizowana. Jeden cykl pomiarowy był realizowany przez jeden zespół studentów. W zależności od liczby studentów w zespole wprowadzono różne ilości serii pomiarowych (każdy student mierzył jedną serię pomiarową). Ogółem wykonano 23

cykle pomiarowe, niestety 2 cykle z góry należało wyłączyć z analizy ze względu na pojawiające się w wynikach błędy grube. Każdy z 21 cykli posłużył do wyznaczenia średniego błędu pomiaru testowanym instrumentem, natomiast wybrane cykle o największej liczbie serii wykorzystano do badań statystycznych opartych na testach zgodności i identyczności [Krupiński 1973].

Na podstawie wyników pomiarów z terenu zarejestrowanych w pamięci instrumentu, przeprowadzono obliczenia w dwóch wariantach. Po pierwsze wyznaczono średnie błędy pomiaru kierunku w poszczególnych cyklach zgodnie z normą [PN-ISO 17123-3 2005]. Końcowe wyniki tych obliczeń zestawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Średni błąd pomiaru kierunku w cyklu pomiarowym
Table 1. Mean error of directional measurements in cycle measurements

Cykl nr	m_{α} [g]
1	0.00037
2	0.00445
3	0.00292
4	0.00201
5	0.00220
7	0.00265
8	0.00354
9	0.00382
10	0.00115
11	0.00221
12	0.00134
13	0.00182
14	0.00113
15	0.00069
16	0.00201
17	0.00303
19	0.00239
20	0.00176
21	0.00103
22	0.00264
23	0.00240

Jak widać w tabeli 1 najmniejszy błąd wyniósł 3.7^{cc} w pierwszym cyklu pomiarowym, natomiast największy średni błąd charakteryzuje pomiary w serii 2 i wynosi 44.5^{cc} .

Drugi wariant obliczeń przeprowadzono dla 7 cykli pomiarowych, w których dokonano pomiarów większej ilości serii w jednym cyklu. W drugim wariantcie obliczeń na podstawie pomierzonych 5 kierunków wyznaczono 5 kątów dookoła horyzontu. Każdy z uzyskanych kątów w danym cyklu poddany został opracowaniu statystycznemu.

TESTY STATYSTYCZNE

W celu zweryfikowania poprawności przeprowadzonej procedury testowej i uzyskanych wyników dokładności pomiarowej danego instrumentu, niezbędne jest zastosowanie odpowiednich technik obliczeniowych stosowanych w ramach statystyki matematycznej. Dla potrzeb niniejszej pracy przeprowadzono następujące testy statystyczne:

1. Test parametrów – test zgodności;
2. Test serii – test identyczności;
3. Test Wilcoxon – test identyczności.

W klasycznym ujęciu statystycznego opracowania wyników pomiarów wyznaczone są wartości średnie obserwacji i błędy średnie (odchylenie standardowe) [Barry 1978], w takim wypadku przyjmuje się założenie o normalnym rozkładzie błędów pomiarowych [Piasek 1995]. Często takie założenie jest w pełni uzasadnione, niemniej zdarzają się przypadki występowania obserwacji obciążonych błędami systematycznymi, bądź grubymi, które wpływają niekorzystnie na wynik końcowy. W przypadku badania przemieszczeń i deformacji obiektów inżynierskich, istotne znaczenie ma identyfikacja i wyeliminowanie z obserwacji błędów grubych o różnym charakterze [Kwinta 2009]. Poniżej przedstawione zostaną wybrane testy statystyczne, pozwalające na określenie zgodności, czy też identyczności założonego rozkładu z rozkładem empirycznym.

Test parametrów

Istnieje cały szereg parametrów pozwalających na badanie zgodności rozkładu empirycznego z założonym rozkładem teoretycznym [Ney 1970]. W pracach geodezyjnych powszechnie przyjmuje się jako podstawowy rozkład normalny, który można opisać za pomocą dwóch parametrów:

- Wartość przeciętna zmiennej losowej;
- Wariancja zmiennej losowej (lub odchylenie standardowe).

Do badania zgodności empirycznego rozkładu z rozkładem normalnym można wykorzystać dwa następujące parametry:

- Współczynnik asymetrii (skośność),
- Współczynnik spłaszczenia (eksczes, kurtoza).

Wszystkie powyższe parametry są związane z momentami zwykłym i centralnymi zmiennej losowej [Greń 1970]. Moment zwykły rzędu k wyraża się wzorem:

$$m_k = E(X^k) \quad (1)$$

Moment centralny rzędu k oblicza się z wzoru:

$$\mu_k = E(X - E(X))^k \quad (2)$$

Przedstawione powyżej parametry rozkładu i testu można przy użyciu wzorów (1) i (2) zapisać następująco:

– Wartość przeciętna

$$m_1 = E(X^1) = \bar{x} \quad (3)$$

– Wariancja

$$\mu_2 = E(X - m_1)^2 = V(X) \quad (4)$$

– Odchylenie standardowe

$$\sigma = \sqrt{\mu_2} \quad (5)$$

– Skośność

• estymator obciążony:

$$S = \frac{\mu_3}{\sigma^3} \quad (6)$$

• estymator nieobciążony:

$$S = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma} \right)^3 \quad (6')$$

– Eksces (kurtoza) z próby

• estymator obciążony:

$$e = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 \quad (7)$$

• estymator nieobciążony:

$$e = \left\{ \frac{n(n+1)}{(n-1)(n-2)(n-3)} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma} \right)^4 \right\} - \frac{3(n-1)^2}{(n-2)(n-3)} \quad (7')$$

W celu stwierdzenia, czy rozkład empiryczny odpowiada założonemu modelowi teoretycznemu, należy porównać wyznaczone parametry danego rozkładu do ich wartości teoretycznych. Dla rozkładu normalnego standaryzowanego teoretyczne wartości parametrów wynoszą:

$$\bar{x} = 0 \quad S = 0 \quad e = 0 \quad (8)$$

Dla wnioskowania o zgodności (lub nie) rozkładu empirycznego z rozkładem normalnym należy obliczyć średnie błędy parametrów empirycznych dla określonych liczebności danych, według wzorów:

$$m_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (9)$$

$$m_s = \sqrt{\frac{6(n-1)}{(n+1)(n+3)}} \quad (10)$$

$$m_e = \sqrt{\frac{24n(n-2)(n-3)}{(n-1)^2(n+3)(n+5)}} \quad (11)$$

Jeżeli różnice pomiędzy wartościami empirycznymi a teoretycznymi rozkładu przekraczają dwukrotnie błędy średnie ich wyznaczenia, to hipotezę normalności rozkładu empirycznego należy odrzucić na określonym poziomie istotności.

W przypadku przeciwnym można przyjąć, że analizowany rozkład empiryczny jest zgodny z rozkładem normalnym.

Test parametrów zastosowano do wyników obliczeń dla wybranych cykli pomiarowych o największej liczbie serii pomiarowych oraz dla obliczeń związanych z wyznaczeniem średniego błędu z wszystkich cykli pomiarowych. Dane dotyczące średniego błędu pomiaru na podstawie wszystkich cykli zostały przedstawione w tabeli 1. Obliczenie parametrów niezbędnych do testowania dało wyniki:

- Średni błąd pomiaru kierunku badanym instrumentem: 22^{cc};
- Błąd wartości średniej: 2^{cc};
- Skośność rozkładu empirycznego: 0,34;
- Średni błąd skośności: 0,48;
- Kurtoza: 0,92;
- Średni błąd kurtozy: 0,83.

Na podstawie powyższych wartości parametrów rozkładu, zgodnie z testem parametrów, można stwierdzić, że wartości kurtozy i skośności rozkładu empirycznego są mniejsze od dwukrotnych wartości błędów tych parametrów, a zatem można przyjąć hipotezę o normalności rozkładu empirycznego dla średnich błędów z wszystkich cykli pomiarowych.

Wykonano obliczenia testu parametrów dla 7 cykli pomiarowych. Obliczenia dla poszczególnych cykli zestawiono w tabeli 2. Analizując uzyskane wyniki, należy stwierdzić bardzo duże wartości kurtozy, dla większości cykli przekraczające wartości dopuszczalne testem parametrów. Praktycznie tylko dla cyklu nr 13 wyniki obliczeń kurtozy mieszczą się w dwukrotnej wartości jej błędu. Wynik taki może świadczyć o zbyt małej dokładności prowadzenia pomiarów testowych, a biorąc pod uwagę, że pomiary wykonywali studenci w trakcie zajęć dydaktycznych, nie jest to wynik całkiem niespodziewany.

Tabela 2. Wyniki testu parametrów dla wybranych cykli pomiarowych
Table 2. Result of parametric test for selected measurement cycles

Cykl	Kąt nr	\bar{x}	$m_{\bar{x}}$	σ	e	m_e	S	m_S
3	1	84,2049	0,0021	0,0074	1,90	0,92	1,66	0,58
	2	45,4000	0,0042	0,0146	8,89	0,92	-2,85	0,58
	3	82,3060	0,0014	0,0048	0,23	0,92	-0,11	0,58
	4	90,7499	0,0007	0,0026	0,70	0,92	-0,85	0,58
	5	97,3393	0,0047	0,0162	7,75	0,92	2,48	0,58
8	1	88,6492	0,0014	0,0054	-0,32	0,88	0,85	0,53
	2	91,5517	0,0021	0,0083	-0,56	0,88	0,42	0,53
	3	53,3139	0,0021	0,0084	1,91	0,88	0,64	0,53
	4	97,4737	0,0016	0,0064	-0,31	0,88	0,49	0,53
	5	69,0115	0,0012	0,0046	1,05	0,88	0,77	0,53
11	1	88,0564	0,0019	0,0065	1,51	0,92	0,97	0,58
	2	45,0668	0,0025	0,0087	1,63	0,92	-0,62	0,58
	3	117,6651	0,0010	0,0034	2,35	0,92	1,45	0,58
	4	51,4512	0,0011	0,0038	1,02	0,92	-0,49	0,58
	5	97,7605	0,0012	0,0043	-0,44	0,92	0,34	0,58
12	1	83,2589	0,0011	0,0038	2,34	0,92	-1,17	0,58
	2	89,5874	0,0007	0,0025	-1,11	0,92	-0,13	0,58
	3	75,2621	0,0011	0,0038	1,88	0,92	0,48	0,58
	4	52,7934	0,0010	0,0035	-1,22	0,92	0,43	0,58
	5	99,0983	0,0008	0,0029	0,61	0,92	-0,88	0,58
13	1	86,4194	0,0008	0,0027	0,35	0,92	-0,15	0,58
	2	54,4711	0,0006	0,0020	-0,30	0,92	0,31	0,58
	3	82,9076	0,0009	0,0030	0,96	0,92	-1,12	0,58
	4	79,7968	0,0007	0,0023	-1,19	0,92	-0,60	0,58
	5	96,4051	0,0011	0,0037	-0,62	0,92	0,42	0,58
17	1	91,6507	0,0011	0,0045	-0,72	0,88	-0,20	0,53
	2	89,6009	0,0016	0,0064	1,68	0,88	-0,27	0,53
	3	69,1275	0,0008	0,0031	3,98	0,88	-0,72	0,53
	4	84,5933	0,0009	0,0038	0,25	0,88	0,28	0,53
	5	65,0276	0,0011	0,0044	-0,31	0,88	-0,04	0,53
18	1	81,7882	0,0008	0,0029	-0,42	0,92	0,01	0,58
	2	54,3745	0,0018	0,0063	3,79	0,92	1,61	0,58
	3	93,7290	0,0019	0,0065	3,47	0,92	-1,68	0,58
	4	77,3147	0,0006	0,0021	0,66	0,92	0,16	0,58
	5	92,7936	0,0008	0,0027	0,86	0,92	1,01	0,58

W odniesieniu do drugiego parametru, czyli skośności, uzyskane wyniki w większości przypadków mieszczą się w wartościach dopuszczalnych. Największe wartości skośności, przekraczające wartości dopuszczalne stwierdzono w cyklach nr 3 i 18, co może świadczyć o występowaniu w takim przypadku istotnych czynników o charakterze systematycznym.

Test serii

W celu zweryfikowania hipotezy o identyczności dwóch rozkładów: znanego i empirycznego można zastosować test serii [SHESKIN 2004]. Jako rozkład znany należy przyjąć taki, dla którego w sposób jednoznaczny określono jego parametry. Jeżeli testem ma być objęta hipoteza o normalności rozkładu empirycznego, to jako rozkład znany przyjmuje się wyniki zgodne z rozkładem normalnym (np. inna seria, inny cykl). Dla potrzeb przeprowadzenia tego testu należy w odpowiedni sposób przygotować dane. W tym celu wyniki obu próbek ustawia się w jeden ciąg elementów według wartości rosnących, przy czym pozostawia się oznaczenia, z którego zbioru dana wartość pochodzi. Oznaczając dwie próbki, na przykład dwoma literami, uzyskuje się ciąg liter. Dla cyklu pomiarowego nr 8 i kątów 3 oraz 4 uzyskuje się następujący ciąg:

xyxxxxxyyyxyxyxxxyyyxyxxxxxyxxxxxyyyx

Statystyką testową jest liczba serii k -tego ciągu, gdzie serią jest każdy maksymalny podciąg składający się z elementów tego samego rodzaju.

Za zbiór krytyczny testu przyjmuje się zbiór liczb całkowitych k , które należą do przedziału:

$$\langle 2; k_{kr}(\alpha, n_1, n_2) \rangle \tag{12}$$

gdzie α jest to przyjęty poziom istotności testu, natomiast n_1 i n_2 są to liczebności próbek obu rozkładów. Przy czym:

$$P(k \leq k_{kr}(\alpha, n_1, n_2)) \leq \alpha \tag{13}$$

Jeżeli wyznaczona w danym przypadku wartość liczby serii k należy do zbioru krytycznego, to hipotezę o identyczności rozkładów należy odrzucić. W przypadku przeciwnym brak jest podstaw do odrzucenia hipotezy o identyczności rozkładów na poziomie istotności α . Górną granicę przedziału krytycznego odczytuje się z odpowiednich tabel [Большев, Смирнов 1983].

Tabela 3. Wyniki testu serii dla wybranych cykli pomiarowych
Table 3. Result of series test for selected measurement cycles

Cykl	kąty	k
3	3 i 1	6
	3 i 2	9
	3 i 4	6
	3 i 5	9
8	4 i 1	9
	4 i 2	8
	4 i 3	8
	4 i 5	9
17	4 i 1	9
	4 i 2	12
	4 i 3	7
	4 i 5	9

Dla analizowanego przypadku testowania instrumentu do obliczeń zgodnie z testem serii wybrano 3 cykle pomiarowe. Wyniki obliczeń zestawiono w tabeli 3.

Krytyczne wartości zbioru testu dla analizowanych przypadków zostały odczytane z tablic i wyniosły odpowiednio:

$$\langle 2; k_{kr}(0.05, 12, 12) \rangle = \langle 2; 7 \rangle$$

$$\langle 2; k_{kr}(0.05, 16, 16) \rangle = \langle 2; 11 \rangle$$

Z analizowanych cykli w dwóch przypadkach (cykle 8 i 17) każda próbka składa się z 16 obserwacji, co powoduje, że przy poziomie istotności 0,05 wartość krytyczna testu wyniosła 11, w przypadku cyklu numer 3 liczebność próbek wyniosła 12, co daje wartość krytyczną testu 7 przy poziomie istotności 0,05. Zgodnie z przyjętym kryterium w cyklu nr 3 tylko pomiędzy kątami 2 i 5 można mówić o istotnej zgodności pomiędzy ich rozkładami a rozkładem normalnym kąta 3. W przypadku cyklu 8 rozkład błędów żadnego z kątów nie odpowiada rozkładowi kąta 4. Dla cyklu 17 występuje zgodność rozkładów pomiędzy kątami 2 i 4.

Test Wilcoxona

Podobnie jak w poprzednim podrozdziale test Wilcoxona (czasami zwany również Mann'a-Whitney'a-Wilcoxon'a) należy do testów nieparametrycznych, pozwalających na badanie identyczności rozkładów. W celu weryfikacji hipotezy o identyczności rozkładu badanego z rozkładem znanym należy uporządkować elementy obu próbek jak w teście serii.

Statystyką testową jest tu liczba u czyli ilość inwersji elementów jednej próbki (x) ze względu na elementy drugiej próbki (y).

Jeżeli w uporządkowanym ciągu x -ów i y -ków element x poprzedza U elementów y , to temu elementowi x przypisuje się U inwersji. Pomiedzy inwersjami zachodzi następujący warunek:

$$U_1 + U_2 = n_1 n_2 \quad (14)$$

gdzie:

U_1 – zmienna losowa równa sumie wszystkich inwersji elementów x ;

U_2 – zmienna losowa równa sumie wszystkich inwersji elementów y ;

n_1 – liczba elementów x ;

n_2 – liczba elementów y .

Za zbiór krytyczny testu przyjmuje się sumę przedziałów:

$$\langle 0; U_{kr}(\alpha, n_1, n_2) \rangle \cup \langle n_1 n_2 - U_{kr}(\alpha, n_1, n_2); n_1 n_2 \rangle \quad (15)$$

Jeżeli obliczona wartość U należy do zbioru krytycznego, hipotezę o identyczności obu rozkładów należy odrzucić. W przeciwnym przypadku brak

jest podstaw do odrzucenia tej hipotezy na poziomie ufności α . Wartości krytyczne testu odczytuje się z przygotowanych tabel [BIRD 2006].

Na podstawie przedstawionych powyżej zasad dotyczących przeprowadzenia testu Wilcoxon'a wykonano obliczenia dla tych samych cykli pomiarowych jak to miało miejsce w przypadku testu serii. Zbiór krytyczny dla analizowanych przedziałów wyniósł:

$$\langle 0; U_{kr}(0.05, 12, 12) \rangle \cup \langle 144 - U_{kr}(0.05, 12, 12); 144 \rangle = \langle 0; 37 \rangle \cup \langle 107; 144 \rangle$$

$$\langle 0; U_{kr}(0.05, 16, 16) \rangle \cup \langle 256 - U_{kr}(0.05, 16, 16); 256 \rangle = \langle 0; 75 \rangle \cup \langle 181; 256 \rangle$$

Wyniki obliczeń ilości inwersji jednej próbki względem drugiej zgodnie z testem Wilcoxon'a, zestawiono w tabeli 4. Porównując uzyskane wyniki z wartościami krytycznymi dla tego testu, należy stwierdzić, że wszystkie przypadki spełniają przyjęte kryteria, zatem w żadnym z przypadków nie można odrzucić hipotezy o identyczności analizowanych rozkładów.

Tabela 4. Wyniki testu Wilcoxon'a dla wybranych cykli pomiarowych
Table 4. Result of Wilcoxon test for selected measurement cycles

Cykl nr	Kąty	Test Wilcoxon'a U
3	3 i 1	57
	3 i 2	93
	3 i 4	76
	3 i 5	53
8	4 i 1	130
	4 i 2	123
	4 i 3	133
	4 i 5	139
17	4 i 1	134
	4 i 2	126
	4 i 3	130
	4 i 5	133

PODSUMOWANIE

Jednym z najistotniejszych czynników mających wpływ na przebieg procesu pomiarowego w geodezji jest dobór odpowiedniego sprzętu pomiarowego. Praktycznie wszystkie instrumenty geodezyjne stosowane w pomiarach mają odpowiednie certyfikaty dokładnościowe, bądź też są dla nich określone wartości błędów pomiarowych. Jednakże przed przystąpieniem do pomiarów należy dany egzemplarz sprzętu przetestować, najlepiej w warunkach w jakich będą wykonywane pomiary. Terenowe procedury testowania opisane w normach pozwalają na określenie dokładności testowanego zestawu pomiarowego z uwzględnieniem czynników osobowych obserwatora.

Wyniki pomiarów testowych należy bardzo dokładnie przeanalizować pod kątem statystycznym ze względu na możliwość wystąpienia w trakcie pomiarów czynników o charakterze błędów systematycznych, bądź grubych. W takim przypadku nie wolno stosować prostych metod wyrównawczych. Możliwe do zastosowania testy identyfikujące błędy można podzielić na dwie grupy, to znaczy testy zgodności i identyczności. Spośród wielu testów znanych z metod statystyki matematycznej w niniejszej pracy przedstawiono trzy wybrane, to znaczy test parametryczny, serii i Wilcoxona. Uzyskane wyniki wskazują dużą czułość testów parametrów i serii oraz bardzo ograniczoną moc testu Wilcoxona.

Do obliczeń w niniejszej pracy wykorzystano pomiary wykonane instrumentem NIKON NPL352 przez studentów w trakcie zajęć dydaktycznych. Uzyskane wyniki wskazują na dokładność tego instrumentu na poziomie 22^{cc} z błędem wartości średniej 2^{cc}. Według producenta dokładność tego instrumentu powinna wynosić 15^{cc}. Uzyskane wyniki obliczeń dla wszystkich cykli pomiarowych łącznie nie wzbudzają poważnych zastrzeżeń, niemniej analiza poszczególnych przypadków, wskazuje na pojawianie się dość dużych błędów pomiarowych o charakterze systematycznym, co może być związane z tym, że pomiary wykonywano w trakcie zajęć dydaktycznych.

BIBLIOGRAFIA

- Barry B. A. *Errors in Practical Measurement in Science, Engineering, and Technology*. Wyd. John Wiley & Sons, Nowy JoRK 1978.
- Beluch J. *Ćwiczenia z geodezji I*. Wydawnictwa AGH. Kraków 2007
- Bird J. 2006. *Higher engineering mathematics*. Wyd. Elsevier, Oxford 2006.
- Большев Л. Н., Смирнов Н. В. *Таблицы математической статистики*. Główna Redakcja Fizyczno-Matematycznej Literatury „Nauka”, Moskwa 1983.
- Deumlich F. *Instrumentenkunde der Vermessungstechnik*. VEB Verlag für Bauwesen. Berlin 1988.
- Gargula T. *Analiza porównawcza przydatności do pomiaru sieci geodezyjnych niektórych modeli współczesnych tachimetrów elektronicznych*. Zeszyty Naukowe Akademii Rolniczej (Uniwersytet Rolniczy) w Krakowie. Seria Geodezja z. 21, Kraków 2005.
- Greń J. *Modele i zadania statystyki matematycznej*. Wyd. PWN, Warszawa 1970.
- Jagielski A. 2003. *Geodezja. Cz. I*. P W STABIL. Kraków 2003.
- Krupiński W. *Sposoby badania zgodności rozkładów błędów niektórych pomiarów geodezyjnych z rozkładami teoretycznymi*. Zeszyty Naukowe Akademii Rolniczej (Uniwersytet Rolniczy) w Krakowie, s. Geodezja 3, Kraków 1973.
- Kwinta A. *Outlier Identification Method for Horizontal Strain on the Mining Areas*. Publ. AGH University of Science and Technology, Geomatics and Environmental Engineering, vol. 3 no. 3, Kraków 2009.
- Ney B. *Kryteria zgodności rozkładów empirycznych z modelami*. Zesz. Nauk. PAN, Geodezja 7, Kraków 1970.
- Piasek Z. 1995. *Wybrane przykłady zastosowań matematycznego opisu powierzchni Ziemi*. Czasopismo Techniczne 3B/1995, Wyd. PWN, Kraków-Warszawa.
- Plątek A. 1992. *Geodezyjne dalmierze elektromagnetyczne i tachymetry elektroniczne. Optyczne dalmierze interferencyjne teodolity i tachymetry elektroniczne*. Część 2, PPWP, Warszawa.

- PN-ISO 17123-1 2005. *Optyka i instrumenty optyczne. Terenowe procedury testowania instrumentów geodezyjnych i pomiarowych. Część 1:Teoria*. Wydawnictwo Polski Komitet Normalizacyjny. Warszawa.
- PN-ISO 17123-3 2005. *Optyka i instrumenty optyczne. Terenowe procedury testowania instrumentów geodezyjnych i pomiarowych. Część 3:Teodolity*. Wydawnictwo Polski Komitet Normalizacyjny. Warszawa.
- Sheskin D.J. 2004. *Handbook of Parametric and nonparametric statistical procedures*. Wyd. Chapman&Hall/CRC, Boca Raton 2004.
- Szymoński J. *Instrumentoznawstwo geodezyjne*. PPWK, Warszawa 1971.
- Tatańczyk J. *Wybrane zagadnienia z instrumentoznawstwa geodezyjnego*. Wydawnictwa AGH. Kraków 1994.

Dr inż. Andrzej Kwinta, Waldemar Krupiński
ul. Balicka 253a
30-198 Kraków
Andrzej.kwinta@ur.krakow.pl
tel. 012-6624513

Recenzent: *Dr hab. Zygmunt Niedogadło*