

Jerzy Gruszczyński, Stanisław Krężolek

MODEL RYZYKA ZŁOŻONYCH I POWIĄZANYCH SYSTEMÓW INFRASTRUKTURY

Streszczenie

Autorzy podejmują próbę zastosowania modelu przepływów międzygałęziowych Leontiefa do wykazania i określania ryzyka niezadziałania, powiązanych z sobą, elementów infrastruktury technicznej danego obszaru, bez wskazywania na jego rodzaj (miejski, wiejski). Określają za Leontieffem pojęcie *niezdatności*. Po krótkim, lecz wystarczającym opisie samej metody i zdefiniowaniu alternatyw systemu, rozwiązują dwa przykłady liczbowe, podając niezbędny aparat matematyczny, który może być stosowany w praktyce.

Słowa kluczowe: ryzyko niezadziałania, przepływy międzygałęziowe

WSTĘP

Wraz z rozwojem technologicznym i informatycznym, związanym z działaniem różnorodnych systemów infrastrukturalnych (zaopatrzenie w wodę, kanalizacja i oczyszczanie ścieków, telekomunikacja, drogi, zaopatrzenie energetyczne, służba zdrowia itp.), rośnie ryzyko właściwego działania poszczególnych elementów złożonego systemu i całego systemu, wewnątrznie zależnego i powiązanego.

Wystarczy prześledzić tylko szczegółowo podsystem zaopatrzenia w wodę, będący składową całego systemu zasobów wodnych. Przedstawione rozumowanie ma charakter uproszczony z uwagi na czytelność przykładu.

Jakość wód podziemnych akwenów jest funkcją jakości i ilości wód powierzchniowych, łącznie z przenikającymi i wpływającymi do

tych zbiorników wód oczyszczonych, spływających do cieków powierzchniowych i przenikających grawitacyjnie niżej. Na ogólną jakość wód powierzchniowych i podziemnych ma wpływ użytkowanie terenu i zarządzanie zlewnią. Czynnikiem wpływającym są zatem zjawiska przyrodnicze, takie jak: powodzie, susze, huragany, zmiany klimatyczne, uprawy, chemizacja rolnictwa itp. Można przyjąć, że na sam efekt odkręcenia kranu, z którego popłynie czysta woda, ma wpływ wiele czynników należących do różnego rodzaju elementów infrastruktury. Aby zadziałał sam system dostarczania wody musi zaistnieć powiązanie różnego rodzaju elementów infrastruktury. Ich wzajemne zadziaływanie lub współdziaływanie daje dopiero efekt końcowy.

Współdziaływanie elementów różnego rodzaju infrastruktury niesie z sobą jednak ryzyko niezadziaływania. Autorzy podejmują próbę przedstawienia ogólnego modelu ryzyka złożonych, lecz powiązanych z sobą elementów infrastruktury na podstawie tzw. modelu Leontiefa przepływów międzygałęziowych.

Wasily W. Leontief (1906–1999), amerykański ekonomista (pochodzenia rosyjskiego) sformułował w latach 60. XX w. model przepływów międzygałęziowych (*input-output*), stosując go do zarządzania gospodarką narodową. Osiągnięcie to jest uważane za jedno z największych w myśli ekonomicznej XX w. (nagroda Nobla – 1973), również z uwagi na metodę zastosowania z wykorzystaniem współczesnych środków techniki informatycznej.

Z uwagi na duże – głównie praktyczne – zastosowanie, metoda Leontiefa ma obszerną literaturę.

Wyczerpujące wprowadzenie i opis metody dają prace Langego [1962] i Sulmickiego [1962].

W latach 80. XX w. zaczęto stosować metodę, w innych niż ekonomia, dziedzinach nauki i gospodarki. Praca Millera i Blaira [1985] podaje przykłady takich zastosowań. Olson [1998] podają przykład zastosowania metody I-O do oceny systemu zabezpieczeń przeciwpowodziowych. Z kolei Polenske i in. [1995] informuje o zastosowaniu metody do zarządzania regionalnego i planowania przestrzennego, a Correa [2002] opisuje zastosowanie metody do zarządzania systemami społecznymi.

Dla przybliżenia, poniżej przedstawiono ogólne zasady i szkic metody przepływów międzygałęziowych.

**METODA, KRÓTKI OPIS I ZAŁOŻENIA
PRZEPIŹYWÓW MIĘDZYGAŁĘZIOWYCH LEONIEFA**

Podstawowy warunek metody Leontiefa zawiera się w założeniu, że gospodarka narodowa działa w ramach rynkowych.

Gospodarka ta jest podzielona na n działów (gałęzi), z których każda wytwarza produkt jednego rodzaju (towař). Każda gałąź wymaga nakładów produkcyjnych, takich jak: robocizna, zasoby towarowe i intelektualne, współpraca kooperacyjna, surowce. Wszystkie gałęzie produkują wystarczającą ilość towaru (produktów) na potrzeby rynku, eksportu i kooperacji z innymi gałęziami. Do dalszych rozważań przyjmuje się działanie modelu w ściśle określonym czasie (np. jeden rok).

Dla tak zdefiniowanej formy działania gospodarczego, przyjęto oznaczenia:

x_i = produkcja globalna i -tego działu, gdzie $i = 1, 2, \dots, n$,

r_k = nakłady k -tego zasobu, gdzie $k = 1, 2, \dots, m$,

x_{ij} = ilość i -tego produktu wykorzystana w produkcji j -tego towaru,

r_{kj} = ilość zasobu k -tego wykorzystana w j -tej produkcji,

c_i = zapotrzebowanie zewnętrzne na i -ty towař,

a_{ij} = nakład i -tego produktu na jednostkę j -tego towaru,

b_{kj} = nakład k -tego zasobu na jednostkę j -tej produkcji,

Proces przepływów międzygałęziowych sprowadza się do równania:

$$x_i = \left\{ \sum_j a_{ij} x_j + c_i \right\} \quad \forall i$$

lub (w zapisie macierzowym) $\mathbf{x} = \mathbf{Ax} + \mathbf{c}$

Równanie bilansowe nakładów na zasoby, przy założeniu proporcjonalnego ich zużycia w stosunku do wielkości produkcji, zapisujemy:

$$r_{kj} = b_{kj} x_j$$

Zapotrzebowanie na n -ty zasób nie może przekroczyć możliwości jego dostaw, wzór ten sprowadza się do poniższej postaci:

$$\sum b_{kj} x_j \leq r_k \text{ gdzie } r_k > 0, k = 1, 2, \dots, m$$

albo (w zapisie macierzowym): $\mathbf{B}_x \leq \mathbf{r}$

Przy tak przyjętych założeniach, autorzy podejmują próbę adaptacji modelu przepływów międzygałęziowych Leontiefa do oceny działania różnych rodzajów infrastruktury, w sytuacji, gdy parametry systemów infrastrukturalnych są zasadniczo odmienne od przedstawionych wyżej.

MODEL INFRASTRUKTURY OPARTY NA MODELU PRZEPIYWÓW MIĘDZYGAŁĘZIOWYCH LEONTIEFA

W przepływach międzygałęziowych, których opis przedstawiono wyżej, rozważa się gospodarkę narodową, w której produkuje się n towarów, opierając się na m zasobów pierwotnych.

W niniejszym podejściu rozważa się nie produkcję towarów, ale ryzyko wystąpienia awarii, związane z czynnikami zewnętrznymi i wzajemną zależnością.

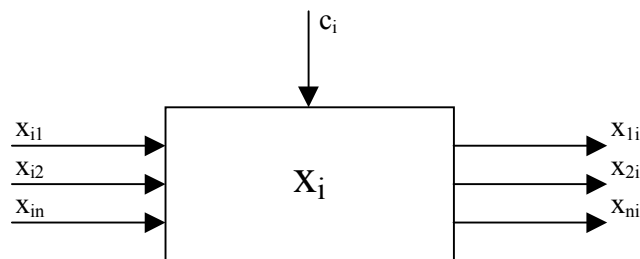
Niezdatność systemu do eksploatacji można zdefiniować jako niezdolność systemu do wykonywania jego zaplanowanych funkcji. W niniejszych rozważaniach zakłada się, że ta niezdolność jest zmienną ciągłą określoną pomiędzy **0** i **1**, przy czym wartość **0** oznacza, że system pracuje zgodnie z przeznaczeniem, a wartość **1** oznacza pełną *niezdatność* funkcjonowania systemu. *Niezdatność* może mieć różne formy, zależne od natury problemów i typu systemu. W przypadku, kiedy wielkość produkcji jest najważniejszą sprawą, można ją zdefiniować jako niezrealizowaną produkcję (planowana produkcja – aktualna produkcja) podzieloną przez planowany poziom produkcji.

Ryzyko oceny niezdatności systemu łączy się też z jakością. Np. jeśli w telewizorze mamy obraz bez dźwięku lub odwrotnie, to jego niezdatność jest częściowa i jest większa od zera. Podobnie można oceniać systemy dystrybucji energii elektrycznej, gazu czy wody. Ryzyko niezdatności jest zdefiniowane jako wspólny efekt prawdopodobieństwa i stopnia niezdatności. Np. jeśli w ciągu pewnego czasu (1 rok) system będzie niesprawny całkowicie z prawdopodobieństwem 0,1, niesprawny w 50% z prawdopodobieństwem 0,4 i niesprawny w 10% z prawdopodobieństwem 0,8 to do dalszych obliczeń przyjmie się:

$$0,1 \times 1 + 0,4 \times 0,5 + 0,8 \times 0,1 = 0,38$$

Chociaż niektóre systemy mogą być projektowane m.in. ze względu na niezawodność to tej wiedzy nie można wykorzystać w prezentowanym modelu. Dla uproszczenia operuje się pojęciem *niezdatność* zamiast ryzyko niezdatności. Niezdatność infrastruktury może mieć różne wymiary: geograficzne, funkcjonalne, czasowe itp., w zależności od rodzajów systemów. W dalszych rozważaniach zakłada się że każdy system infrastruktury realizuje tylko jedną funkcję (nie ma dwóch systemów o tych samych zadaniach). Innymi słowy nie rozważa się redundancji. W pierwotnym modelu Leontiefa jednostką oceny gospodarki jest pieniądz, a w przypadku modelu infrastruktury jest ryzyko niezdatności. Takie wykorzystanie modelu Leontiefa stwarza nowe możliwości do kompleksowej analizy systemów.

Na rysunku 1 przedstawiono relacje pomiędzy wkładem do pewnego systemu i a jego reakcją j .



Rysunek 1. Związek pomiędzy wejściem i wyjściem w modelu przepływów międzygałęziowych

Objaśnienie: wektor $\{x_{ij}\} + c_i$ opisuje oddziaływanie na infrastrukturę i , a wektor $\{x_{ji}\}$ opisuje oddziaływanie i -tej infrastruktury.

Macierz $A = \{a_{ij}\}$ – odgrywa kluczową rolę w zdefiniowaniu i rozwiązaniu problemu.

Gdy system pracuje normalnie i wszystkie jego składowe to:

$x_i = 0$ dla wszystkich i ,

oraz: $\sum_i x_i = 0$

OCENA RYZYKA I ZARZĄDZANIA

Równoległe, z rozwijaniem modelu oceny ryzyka, prowadzone są prace związane z oceną samego ryzyka i zarządzania. W pracach Ezell i inn., Heimes'a i Horowitza, Heimes'a i Jianga, Patalasa i in., przedstawiono aktualny dorobek na tym polu.

W ocenie ryzyka kładzie się nacisk na następujące zjawiska:

PRZY OCENIE RYZYKA

1. Co może się zdarzyć złego?
2. Jakie jest prawdopodobieństwo tego zajścia ?
3. Jakie mogą być konsekwencje?

PRZY OCENIE ZARZĄDZANIA

1. Co należy robić?
2. Która alternatywa jest dostępna i jak jest oceniana w kategoriach korzyści, kosztów i ryzyka?
3. Jaki jest wpływ aktualnej decyzji na alternatywy w przyszłości? (To pytanie jest jednym z najważniejszych w każdym rodzaju podejmowania decyzji.)

Wszystkie sześć punktów opisują cały problem ryzyka i zarządzania. Z wyznaczeniem tych parametrów łączy się istnienie bazy danych i wybranych systemów informatycznych. Tematu tego się nie rozwija ponieważ istnieje już obszerna literatura i powinna być pomocna w naszej praktyce. Efektem zarządzania powinien być model optymalizacyjny, który pozwoli znaleźć efektywne wykorzystanie środków. Na szczęście model Leontiefa jest do tego przygotowany.

Jednym z najprostszych modeli może być wielokryterialny model optymalizacji, gdzie

$$\min[x_i x_j]$$

przy ograniczeniach

$$Bx \leq r, \quad x_i \geq 0, x_j \geq 0$$

gdzie x_i i x_j są dwoma infrastrukturami, których niezdatność chcemy zminimalizować ze względu na ograniczone środki.

**LINIOWY MODEL „PRZEPIYWÓW MIĘDZYGAŁĘZIOWYCH”
W SYSTEMIE INFRASTRUKTURY**

Rozważmy złożony – wewnątrznie powiązany – system infrastruktury składający się z n podsystemów. Ogólnie, w skutek powiązań pomiędzy podsystemami, ryzyko niezawodności subsystemów można opisać w następujący sposób:

$$x_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) + c_i$$

przy ograniczeniach $0 \leq x_i$ dla $i = 1, 2, \dots, n$

gdzie:

x_1, x_2, \dots, x_n oznaczają ryzyko niezdatności do eksploatacji systemów 1, 2, ..., n ,

a

c_1, c_2, \dots, c_n opisują perturbacje (zakłócenia) jakie zachodzą w podsystemach 1, 2, ..., n .

Zakłócenia mogą pochodzić z zewnątrz lub z samego systemu. Zakłócenia zewnętrzne mogą być wynikiem dużych awarii. Klęsk żywiołowych lub zamierzonych ataków.

Wewnętrzne zakłócenia mogą wynikać z uszkodzeń lub awarii sprzętu, błędów ludzkich lub organizacyjnych. W naszych rozważaniach wielkość zakłóceń jest mierzona w procentach wynikających z niezdatności systemów.

Przykład 1.

Sposób wykorzystania równania Leontiefa przedstawia następujący przykład.

Załóżmy, że system składa się z dwóch podsystemów. Niezdatność do eksploatacji każdego z nich opisują odpowiednio x_1 i x_2 . Następnie załóżmy, że awaria podsystemu 2 spowoduje niezdatność podsystemu 1 w 70%, a awaria podsystemu 1 ograniczy operacyjne działania w podsystemie 2. Można to zapisać w macierzy **A**.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0,7 \\ 0,3 & 0 \end{pmatrix}$$

Następnie załóżmy, że podsystem 2 utraci 55% swojej zdolności operacyjnej w skutek zakłóceń zewnętrznych, np. huragan, akt wandalizmu lub terroryzm. Chcemy teraz poznać jak się to odbije na sprawności obu podsystemów w całym systemie.

Wykorzystując macierz **A** w równaniu Leontiefa, otrzymamy

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0,7 \\ 0,3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0,55 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,7x_2 \\ 0,3x_1 + 0,55 \end{pmatrix}$$

Po rozwiązaniu tych równań otrzymamy $x_1 = 0,487$ oraz $x_2 = 0,696$.

Z tego widać, że niezdatność podsystemu 1 wynosi 0,487 chociaż ten system nie był narażony bezpośrednio na wpływy zewnętrzne. Ten stan jest wynikiem powiązań z podsystemem 2.

Niesprawność podsystemu 2 wzrosła o $(0,696 - 0,55) 0,146$, co można wytłumaczyć wpływem powiązań z podsystemem 1.

Możemy też ocenić wpływ ataku o różnej intensywności na sprawność całego systemu. Przypuścimy, że intensywność ataku na podsystem 2 oceniamy na: $h \times 100\%$.

Podobnie jak poprzednio, równanie Leontiefa ma postać:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0,7 \\ 0,3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,7x_2 \\ 0,3x_1 + h \end{pmatrix}$$

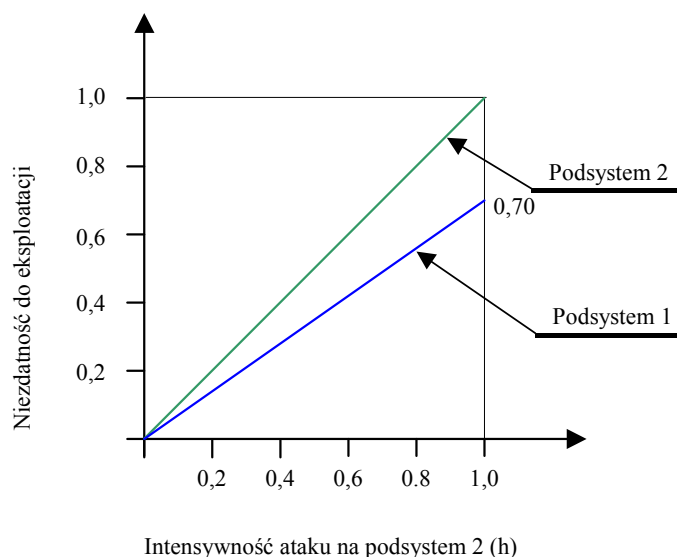
Rozwiązaniem jest: $0 \leq h \leq \frac{1}{1,266} = 0,816$

$$\begin{aligned} x_1 &= 0,886h, & x_2 &= 1,266 h \text{ dla} \\ \text{a } x_1 &= 0,7, & x_2 &= 1 \text{ dla } 0,816 < h \leq 1 \end{aligned}$$

Należy zauważyć, że jest spełniony warunek $0 \leq x_1, x_2 \leq 1$

Podsystem 2 jest w 100% niesprawny, gdy intensywność wpływów zewnętrznych przekroczy 0,816, a pozostałe 0,184 jest wynikiem współzależności z podsystemem 1.

Graficzne przedstawienie tych rozważań podano na rysunku 2.



Rysunek 2. Niezdatność do eksploatacji wynikająca z zależności pomiędzy podsystemami 1 i 2

Przykład 2.

Rozważmy system składający się z czterech podsystemów, a mianowicie:

Podsystem 1 – elektrownia

Podsystem 2 – system transportowy (drogi, sygnalizacja, oznakowanie itd.)

Podsystem 3 – szpital

Podsystem 4 – sklep spożywczy

Przyjmujemy, że macierz \mathbf{A} wymienionej infrastruktury systemów ma następującą budowę:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0,85 & 0 & 0 \\ 0,30 & 0 & 0 & 0 \\ 1,00 & 0,85 & 0 & 0 \\ 1,00 & 0,80 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Macierz tę można zinterpretować w następujący sposób:

Jeżeli elektrownia zaprzestanie produkcji energii elektrycznej to:

– system transportowy swoje funkcje będzie spełniał w 70% (co oznacza, że jego niesprawność (niezdatność) wyniesie 30%),

– szpital i sklep spożywczy zaprzestaną działalności, czyli ich niezdatność równa się 1.

Jeśli podsystem transportowy przestanie być w ogóle drożny, to spowoduje że elektrownia i szpital będą niesprawne w 85% a sklep spożywczy tylko w 80%.

Zaprzestanie działalności szpitala i sklepu spożywczego nie ma żadnego wpływu na działanie elektrowni i systemu transportu.

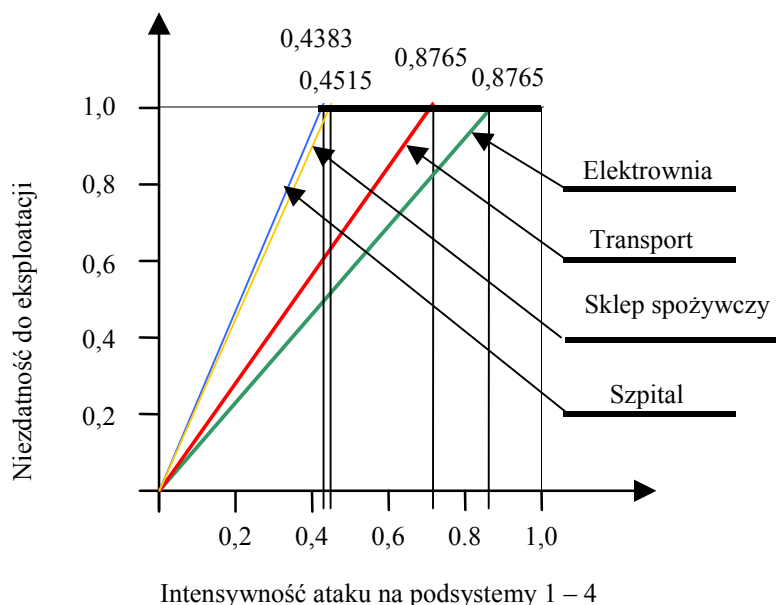
Założmy teraz że po klęsce żywiołowej system transportowy utracił swoją sprawność w 40%. Wykorzystując przyjętą macierz \mathbf{A} i model Leontiefa, otrzymamy następujący układ równań:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0,85 & 0 & 0 \\ 0,30 & 0 & 0 & 0 \\ 1,00 & 0,85 & 0 & 0 \\ 1,00 & 0,80 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0,4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,85x_2 \\ 0,3x_1 + 0,4 \\ x_1 + 0,85x_2 \\ x_1 + 0,8x_2 \end{pmatrix}$$

a jego rozwiązanie wynosi odpowiednio: $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0,456, 0,537, 0,913, 0,886)$, co oznacza, że klęska żywiołowa ograniczyła działalność elektrowni o 0,456, transportu 0,537, szpitala 0,913 oraz sklepu o 0,886.

Postępując jak w przykładzie 1, rozwiązano ten sam układ równań przy założeniu że zakłócenie w transporcie wyniesie $h \times 100\%$. Rozwiązaniem jest: $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1,1409 h, 1,3423 h, 2,2819 h, 2,2148 h)$

Związane z tym krytyczne wartości h dla każdego podsystemu wynoszą odpowiednio: $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0,8765, 0,7450, 0,4383, 0,4515)$, powyżej których podsystem przestaje funkcjonować. Obraz tego przedstawia rysunek 3.



Rysunek 3. Niezdarność systemu jako funkcja intensywności ataków

WNIOSKI KOŃCOWE

Przedstawienie problemu na dwóch prostych zadaniach ma na celu zwrócenie uwagi na funkcjonujące związki pomiędzy składowymi infrastrukturą, których może jesteśmy świadomi, ale nie potrafimy wyrazić liczbowo. Zbudowanie takiego modelu, a zwłaszcza macierzy A i wektora c jest najtrudniejszym zadaniem, bo wymaga rozległej wiedzy z różnych branż opartych na bazie danych i systemach informatycznych wykorzystujących tę bazę. Wyniki takich obliczeń i ich

interpretacja powinny być podstawą do innego spojrzenia na projektowanie podsystemów infrastruktury, już na etapie projektowania. Podsystemy powinny być traktowane systemowo, we wzajemnym współdziałaniu. Przy takim podejściu można szukać efektywnych rozwiązań na drodze optymalizacyjnych modeli matematycznych.

Przedstawiony model był przykładem podejścia statycznego, ale o wiele bardziej interesującym jest model dynamiczny oparty na równaniach różniczkowych i na pełniejszej bazie danych.

BIBLIOGRAFIA

- Correa H. *An input-output operationalization of societal systems*. Journal of Socio-Economic 31, 2002, s. 115–123.
- Correa H. Guajardo S. *An application of input-output analysis to a city's municipal government*. Socio-Economic Planning Science 35, s. 83–108.
- Ezell B.C., Farr J.V., Wiese I. *Infrastructure risk analysis model*. Journal of Infrastructure Systems Vol.6, no. 3, September 2000, s. 114–117.
- Haimes Y.Y., Jiang P. *Leontief-based model of risk in complex interconnected infrastructures*. Journal of Infrastructure Systems Vol.7, no.1, March, 2001, s.1–12.
- Haimes Y.Y., Horowitz B.M., Lambert J.H., Santos J.R., Lian C., Crowther K. G. *Inoperability input-output model for interdependent infrastructure Sectors. I: Theory and methodology*. Journal of Infrastructure Systems Vol.11, No.2, June 1, 2005, s. 67–79.
- Haimes Y.Y., Horowitz B.M., Lambert J.H., Santos J.R., Crowther K.G. Lian C. *Inoperability input-output model for interdependent infrastructure Sectors. II: Case studies*. Journal of Infrastructure Systems Vol.11, No.2, June 1, 2005, s. 80–92.
- Haimes Y.Y., Matalas N.C., Lambert J.H., Bronwyn A.J., Fellous F.R. *Reducing vulnerability of water systems to attack*. Journal of Infrastructure Systems Vol.4, no.4, December 1998, s. 164–177.
- Jiang P., Haimes Y.Y. *Risk management for Leontief-based interdependent systems*. Risk Analysis 24(5), 2004, s. 1215–1239.
- Lange O. *Wstęp do ekonometrii*. PWE, Warszawa 1962.
- Miller R.E., Blair P.D. *Input-output analysis: Foundation and Extensions Prentice-Hall*. Englewood Cliffs, N.Y 1985.
- Olson J.R., Belling P.A., Lambert J.H., Haimes Y.Y. *Input-output economic evaluation of system of levees*. Journal of Water Resources Planning and Management Vol.124, No.3 September/October 1998, s. 237–245.
- Polenske K.P. *Leontief's spatial economic analyses*. Structural Change and Economic Dynamics 6, 1995, s.309–318.
- Santos J.R., Haimes Y.Y. *Modeling the demand reduction input-output inoperability due to of interconnected infrastructures*. Risk Analysis 24(6), 2004, s. 1437–1451.
- Sulmicki P. *Przeplawy międzygałęziowe*. PWE, Warszawa 1962.

Prof. dr hab. Jerzy Gruszczyński
dr inż. Stanisław Krężolek
Akademia Rolnicza w Krakowie
Recenzent: Prof. dr hab. Zdzisław Wójcicki

Jerzy Gruszczyński, Stanisław Krężolek

**RISK MODEL COMPLEX
AND CONNECTED INFRASTRUCTURE SYSTEMS**

SUMMARY

The authors attempt to apply the Leontief's interindustry flow model to demonstrate and determine the risk of not working of connected elements of technical infrastructure in individual area, without pointing to its kind (rural or municipal area). They determine the unfitness notion according to Leontief. Following a brief but adequate description of the method and defining the system alternative, the Authors solve two numerical examples providing the necessary mathematical apparatus which may be used in practice.

Key words: risk of not working, interindustry flow