

*Edward Gąsiorek, Mariusz Grządziel, Elżbieta Musiał, Marian Rojek*

**WYZNACZANIE WSKAŹNIKA WZGLĘDNEGO OPADU  
NA PODSTAWIE WSKAŹNIKA STANDARYZOWANEGO  
OPADU DLA MIESIĘCZNYCH SUM OPADÓW**

---

***DETERMINATION OF RELATIVE PRECIPITATION  
INDEX BASED ON STANDARDIZED PRECIPITATION  
INDEX FOR MONTHLY PRECIPITATION SUMS***

**Streszczenie**

Dwa wskaźniki: wskaźnik standaryzowanego opadu (SPI) i wskaźnik względnego opadu (RPI) analizują tę samą cechę opadu jaką jest jego nadmiar lub niedobór. Wykorzystując ten fakt autorzy pracy porównali ze sobą SPI i RPI używając do tego miesięcznych sum opadów. Dobór kroku czasowego był zamierzony, ponieważ w literaturze brakuje klasyfikacji warunków opadowych dla miesięcznych sum opadów za pomocą wskaźnika względnego opadu (RPI). W pracy podjęto próbę wyznaczenia wskaźnika względnego opadu dla miesięcznych sum opadów na podstawie wskaźnika standaryzowanego opadu. Pokazany sposób przejścia od wskaźnika SPI do RPI jest nowatorski, w literaturze jak dotąd nie spotykany. Używając danych pochodzących z Obserwatorium Agro i Hydrometeorologii we Wrocławiu-Swojcu autorzy zaproponowali metodę identyfikacji warunków opadowych dla miesięcznych sum opadów dla tego regionu.

**Słowa kluczowe:** wskaźnik względnego opadu, wskaźnik standaryzowanego opadu

***Summary***

*Two indices: standardized precipitation index (SPI) and relative precipitation index (RPI) analyze the same feature, which is either excess or shortage of precipitation. Having known that, the authors compared SPI and RPI with the use of monthly precipitation sums. The choice of this time period was intentional, since in the literature there has been no classification of precipitation conditions for*

*monthly precipitation sums with the use of RPI so far. Therefore, the aim of the study was to determine the relative precipitation index values for monthly precipitation sums based on standardized precipitation index. The described method of transformation from SPI to RPI is innovative and has no equivalent in the literature. Having used the data from Agro- and Hydrometeorology Observatory in Wrocław-Swojec, the authors proposed the method of identification of precipitation conditions for monthly precipitation sums in this region.*

**Key words:** *standardized precipitation index, relative precipitation index*

## WSTĘP

Metodę identyfikacji lat i sezonów pod względem nadmiaru lub niedoboru opadów opracowała Kaczorowska [1962], na podstawie 60-letniego okresu (1900-1959) obejmującego wyniki pomiarów opadów z 27 stacji. Autorka, używając wskaźnika względnego opadu RPI (RPI to stosunek wielkości opadu w danym okresie do średniej sumy wieloletniej), opracowała kryterium oceny warunków opadowych dla lat i sezonów.

O identyfikacji okresów miesięcznych pod względem warunków opadowych pisali także Farat i in. [1995], Kosiba [1948], Przedpeńska [1971], Tomaszewska [1994], Radomski [1977]. Kosiba [1948] proponuje: "na przykładzie Wrocławia (1861-1940), który dobrze reprezentuje cały Niż Śląski...za kryterium przyjąłem tu, dla uproszczenia, opad poniżej 25% i powyżej 200% średniej sumy wieloletniej jako miesiące bardzo suche i bardzo wilgotne". Pozostali autorzy nawiązują do kryterium oceny dla miesięcznych sum opadów, jednak nie powołują się na żadne udokumentowane badania, których wynikiem byłaby reguła identyfikacji dla miesięcznych sum opadów w oparciu o wskaźnik RPI, pozwalająca na identyfikację miesięcy, w których wystąpił ich niedobór lub nadmiar.

Celem pracy jest próba wyznaczenia metody identyfikacji warunków opadowych dla miesięcznych sum opadów za pomocą wskaźnika względnego opadu (RPI) bazującej na wskaźniku standaryzowanego opadu (SPI). Badania przeprowadzono na podstawie danych pochodzących z Obserwatorium Agro i Hydrometeorologii we Wrocławiu-Swojcu, dlatego proponowana reguła identyfikacji dotyczy tylko tego regionu.

## METODY BADAŃ

Metoda oceny suszy oparta na niedoborach opadów określanych jako stosunek wysokości opadu w danym okresie do średniej sumy wieloletniej przyjętej za normę jest jedną z najbardziej znanych metod. Metoda ta było podstawą stworzenia przez Kaczorowską ([1962] kryteriów dla sezonowych i rocznych sum opadów, według których można zidentyfikować badane okresy od skrajnie

suchych do bardzo wilgotnych. Wskaźnik względnego opadu oznaczony jako RPI, choć bardzo często stosowany, nie umożliwia porównywania intensywności suszy w różnych regionach klimatycznych, ponieważ odnosi opad do wartości średniej.

Wskaźnik ten definiowany jest wzorem:

$$RPI = \frac{P}{\bar{P}} \cdot 100\% \quad (1)$$

gdzie:

- $\bar{P}$  – wartość średnia opadu w badanym wieloleciu,
- $P$  – suma opadu w badanym okresie.

Drugim wskaźnikiem, przy pomocy którego można identyfikować warunki opadowe, jest standaryzowany wskaźnik opadu SPI [McKee i in. 1993,1995]. Wskaźnik ten może być używany do oceny warunków wilgotnościowych w różnych warunkach klimatycznych i dla dowolnej skali czasowej.

Empiryczne rozkłady częstości miesięcznych sum opadów kształtem najczęściej przypominają rozkład gamma [KACZMAREK 1970].

Jednym ze sposobów obliczenia wskaźnika SPI dla zadanego argumentu  $x$  jest obliczenie wielkości:

$$x = \phi^{-1}(F(x)) \quad (2)$$

gdzie:

- $F$  – dystrybuanta rozkładu gamma z parametrami estymowanymi na podstawie analizowanego zbioru danych,
- $\phi$  – dystrybuanta standardowego rozkładu normalnego [McKee i in. 1993, 1995]. Zamiast rozkładu gamma do obliczenia współczynnika SPI przy użyciu wzoru (2) stosowany jest również trójparametrowy rozkład gamma [Guttman 1999]. Współczynniki tych rozkładów mogą być estymowane przy użyciu metody największej wiarygodności [McKee i in. 1993,1995] lub L-momentów [Guttman 1999].

W praktyce często wykorzystywany jest następujący fakt: dla zmiennej losowej  $X$  o rozkładzie gamma zmienna  $Z = \sqrt[3]{X}$  ma w przybliżeniu rozkład normalny [Krishnamoorthy i in. 2008]. Wykorzystując ten fakt można zaproponować następujący przybliżony sposób obliczania współczynnika SPI dla danej wartości  $x \geq 0$

$$SPI = \frac{\sqrt[3]{x} - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}} \quad (3)$$

gdzie  $\hat{\mu}$  i  $\hat{\sigma}$  oznaczają średnią i odchylenie standardowe dla danych poddanych transformacji

$$x \rightarrow \sqrt[3]{x}. \quad (4)$$

W praktyce do obliczania współczynnika SPI stosowane są również transformacje:

$$x \rightarrow \sqrt[3]{c+x}; \quad x \rightarrow \ln x \quad \text{oraz} \quad x \rightarrow x^\lambda; \quad \lambda > 0, \quad (5)$$

które odpowiadają odpowiednio rozkładom:

- gamma trójparametrowemu z parametrem przesunięcia  $c$ ;
- logarytmiczno-normalnemu;
- potęgowo-normalnemu [Boxa-Coxa, Freeman i Modarres 2006].

W przypadku, gdy zamierzamy wybór ograniczyć do dwóch ostatnich spośród wymienionych rozkładów, można skorzystać z procedury Boxa-Coxa [Freeman i Modarres 2006], która pozwala na optymalny wybór parametru  $\lambda$  w transformacji potęgowej lub sugeruje wybór transformacji logarytmicznej zamiast transformacji potęgowej. W tym celu należy wybrać transformację spośród rodziny przekształceń opisanych wzorem:

$$g(x_i, \lambda) = \begin{cases} x_i^\lambda & \text{dla } \lambda \neq 0 \\ \log(x_i) & \text{dla } \lambda = 0 \end{cases} \quad 6$$

gdzie  $(x_1, x_2, \dots, x_m)$  – wektor (ciąg danych), dla którego szukana jest odpowiednia transformacja tak, aby zgodność obserwowanej cechy po wykonaniu transformacji była możliwie duża. W procedurze tej poszukuje się wartości parametru  $\lambda$ , dla którego wartość odpowiednio określonej funkcji wiarygodności, zaproponowanej przez Boxa i Coxa (1964) jest maksymalna.

W dalszym ciągu rozważań oblicza się SPI przy użyciu podejścia, w którym korzysta się z jednej z transformacji opisanej równaniami (4) i (5). Etapy, prowadzące do wyznaczenia wskaźnika SPI są następujące:

- normalizacja okresowych sum opadów, za pomocą wybranych transformacji,
- weryfikacja hipotezy o zgodności rozkładu transformowanej zmiennej z rozkładem normalnym za pomocą testu Shapiro-Wilka,
- standaryzacja transformowanych danych i wyznaczenie SPI.

Dla sumy opadów  $x$  (w dowolnym okresie) SPI jest zdefiniowany wzorem:

$$SPI = \frac{Y - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}} \quad (7)$$

gdzie:

- Y – zmienna losowa, której wartościami są miesięczne sumy opadów po transformacji (4) lub (5), przekształcającej rozkład gamma w rozkład normalny,
- $\hat{\mu}$  – wartość estymatora parametru  $\mu$  (średnia wartość znormalizowanego ciągu sum opadów),
- $\hat{\sigma}$  – wartość estymatora parametru  $\sigma$  (odchyleniem standardowym znormalizowanego ciągu sum opadów).

System klasyfikacji warunków opadowych za pomocą SPI dla warunków polskich, zaproponowany przez Łabędzkiego [2006] oraz wartości prawdopodobieństw występowania różnych rodzajów okresów zawarto w tabeli 1.

**Tabela 1.** Klasyfikacja warunków opadowych wg wskaźnika standaryzowanego opadu (SPI) i odpowiadające im prawdopodobieństwa

**Table 1.** Precipitation condition classification according to the standardized precipitation index (SPI) and corresponding probabilities

SPI	Okres Period	Prawdopodobieństwa Probabilities
$SPI \leq -2,0$	ekstremalnie suchy extremely dry	$P(SPI \leq -2) = 0,02$
$-2,00 < SPI \leq -1,50$	bardzo suchy very dry	$P(-2 < SPI \leq -1,5) = 0,04$
$-1,50 < SPI \leq -0,50$	suchy-dry	$P(-1,5 < SPI \leq -0,5) = 0,25$
$-0,5 < SPI < 0,5$	normalny normal	$P(-0,5 < SPI < 0,5) = 0,38$
$0,5 \leq SPI < 1,5$	wilgotny wet	$P(0,5 \leq SPI < 1,5) = 0,25$
$1,5 \leq SPI < 2$	bardzo wilgotny very wet	$P(1,5 \leq SPI < 2) = 0,04$
$SPI \geq 2$	ekstremalnie wilgotny extremely wet	$P(SPI \geq 2) = 0,02$

Źródło: opracowane przez Łabędzkiego (2006).

W celu wyznaczenia wartości RPI dla wartości progowych SPI założono, że rozkład prawdopodobieństwa zmiennej losowej P (P w tej pracy jest zmienną losową, której wartościami są miesięczne sumy opadów w wieloleciu 1964-2009) jest rozkładem gamma, a zastosowaną transformacją, przekształcającą ten rozkład w rozkład normalny jest transformacja  $P \rightarrow \sqrt[3]{P}$ .

Dla przedziału SPI:

$$\alpha < SPI \leq \beta \quad (8)$$

gdzie  $\alpha$ ,  $\beta$  są wartościami progowymi klasyfikacji opartej na współczynniku SPI. Wprowadzając definicję SPI otrzymuje się:

$$\alpha < \frac{\sqrt[3]{P} - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}} \leq \beta \quad (9)$$

Przekształcając nierówność (11) otrzymuje się:

$$\alpha\hat{\sigma} + \hat{\mu} < \sqrt[3]{P} \leq \beta\hat{\sigma} + \hat{\mu}. \quad (10)$$

Z dalszych przekształceń nierówności (12) otrzymuje się następującą nierówność:

$$\frac{(\alpha\hat{\sigma} + \hat{\mu})^3}{\bar{P}} < \frac{P}{\bar{P}} \leq \frac{(\beta\hat{\sigma} + \hat{\mu})^3}{\bar{P}}, \quad (11)$$

czyli

$$\frac{(\alpha\hat{\sigma} + \hat{\mu})^3}{\bar{P}} < RPI \leq \frac{(\beta\hat{\sigma} + \hat{\mu})^3}{\bar{P}}. \quad (12)$$

W przypadku, gdy transformacją przekształcającą rozkład prawdopodobieństwa zmiennej losowej  $P$  w rozkład normalny jest  $P \rightarrow \sqrt[3]{P+10}$ . Zakładając że, w przybliżeniu  $\sqrt[3]{P+10} \sim N(\hat{\mu}; \hat{\sigma})$  wartości RPI wyznacza się z następującej nierówności:

$$\frac{(\alpha\hat{\sigma} + \hat{\mu})^3 - 10}{\bar{P}} < RPI \leq \frac{(\beta\hat{\sigma} + \hat{\mu})^3 - 10}{\bar{P}}. \quad (13)$$

Natomiast, jeśli stosowaną transformacją jest  $P \rightarrow \ln P$  i zakładając, że  $\ln P \sim N(\hat{\mu}; \hat{\sigma})$ , wskaźnik względnego opadu RPI wyznacza się za pomocą nierówności:

$$\frac{e^{\alpha\hat{\sigma} + \hat{\mu}}}{\bar{P}} < RPI \leq \frac{e^{\beta\hat{\sigma} + \hat{\mu}}}{\bar{P}}. \quad (14)$$

Przy zastosowaniu transformacji  $P \rightarrow P^\lambda$ , gdzie  $\lambda$  wyznacza się metodą Boxa-Coxa. RPI wyznaczono z nierówności:

$$\frac{(\alpha\hat{\sigma} + \hat{\mu})^{\frac{1}{\lambda}}}{\bar{P}} < RPI \leq \frac{(\beta\hat{\sigma} + \hat{\mu})^{\frac{1}{\lambda}}}{\bar{P}}. \quad (15)$$

Wszystkie obliczenia wykonano na podstawie pomiarów miesięcznych sum opadów atmosferycznych wykonanych w Obserwatorium Agro- i Hydro-meteorologii Wrocław-Swojec w wieloletniu 1964-2009.

## WYNIKI BADAŃ

W pracy zastosowano podejście, w którym wykonuje się odpowiednią transformację, a następnie weryfikuje się hipotezę o zgodności z rozkładem normalnym zmiennej poddanej transformacji. W tabeli 2 zawarto wybrane transformacje miesięcznych sum opadów, które dały najlepszą zgodność z rozkładem normalnym, oraz wyniki weryfikacji hipotezy o zgodności z rozkładem normalnym za pomocą testu Shapiro-Wilka.

**Tabela 2.** Wybrane transformacje normalizujące miesięczne sumy opadów w okresie 1964-2009

**Table 2.** Selected transformations normalizing monthly precipitation sum in the years 1964-2009

Miesiąc Month	Transformacja Transformation	p-value test Shapiro- Wilka	Skośność przed transformacją Skewness before trans- formation	Skośność po transformacji Skewness after transformation		
				$Y = \sqrt[3]{P}$	$Y = \sqrt[3]{P+10}$	$\ln P$
Styczeń January	$\sqrt[3]{P}$	0,64	1.08	<b>-0,15</b>	0,18	-0.71
Luty February	$\sqrt[3]{P + 10}$	0,60	0.33	-0.70	<b>-0,28</b>	-1,36
Marzec March	$\sqrt[3]{P}$	0,92	1.04	<b>-0,06</b>	0,34	-0.96
Kwiecień April	$\sqrt[3]{P+10}$	0,94	0.54	-0,62	<b>-0,18</b>	-1,57
Maj May	$\sqrt[3]{P+10}$	0,42	0.39	-0,52	<b>-0,29</b>	-1,10
Czerwiec June	$\sqrt[3]{P+10}$	0,47	0.65	-0,16	<b>-0,02</b>	-0,65
Lipiec July	$\sqrt[3]{P+10}$	0,81	1.01	-0,18	<b>-0,01</b>	-0.78
Sierpień August	$\sqrt[3]{P}$	0,16	1.19	<b>0,06</b>	0.38	-1,17
Wrzesień September	$\sqrt[3]{P+10}$	0,55	0.61	-0,15	<b>0,07</b>	-0,69
Październik October	$\sqrt[3]{P}$	0,76	1.06	<b>-0,13</b>	0.19	-0,78
Listopad November	$\ln P$	0,86	1.05	0,34	0.48	<b>-0,04</b>
Grudzień December	$\sqrt[3]{P+10}$	0,96	0.86	-0,19	<b>0,14</b>	-0,90

Źródło: obliczenia własne.

gdzie:  $P$ - miesięczne sumy opadów w wieloleciu 1964-2006, natomiast  $p$ -value jest najniższym poziomem istotności  $\alpha$ , przy którym hipoteza zerowa mogłaby być odrzucona przy otrzymanej wartości statystyki testowej Shapiro-Wilka.

Biorąc pod uwagę wyniki zawarte w tabeli 2 należy zwrócić uwagę na fakt, że najlepszej transformacji normalizującej miesięczną sumę opadów w rozkład normalny towarzyszy najniższy współczynnik skośności. Wartości współczynników skośności dla poszczególnych miesięcy w roku wskazują na to, że w wyniku zastosowanych transformacji skośność rozkładów maleje, jednak otrzymane po transformacji rozkłady empiryczne nadal są niesymetryczne.

**Tabela 3.** Transformacja  $P^\lambda$  normalizująca miesięczne sumy opadów w okresie 1964-2009

**Table 3.** Transformation  $P^\lambda$  normalizing monthly precipitation sum in the years 1964-2009

Miesiąc Month	p-value test Shapiro- Wilka	$\lambda$	Skośność przed trans- formacją Skewness before transformation	Skośność po transformacji Skewness after transformation	p-value test Shapiro- Wilka
Styczeń January	0,64	0,42	1.08	<b>-0,002</b>	<b>0,72</b>
Luty February	0,60	0,68	0.33	<b>-0,125</b>	<b>0,84</b>
Marzec March	0,92	0,37	1.04	<b>0,024</b>	<b>0,93</b>
Kwiecień April	0,94	0,62	0.54	<b>-0,023</b>	<b>0,97</b>
Maj May	0,42	0,61	0.39	<b>-0,113</b>	<b>0,62</b>
Czerwiec June	0,47	0,45	0.65	<b>-0,007</b>	<b>0,46</b>
Lipiec July	0,81	0,41	1.01	<b>-0,036</b>	<b>0,82</b>
Sierpień August	0,16	0,33	1.19	<b>0,059</b>	<b>0,16</b>
Wrzesień September	0,55	0,39	0.61	<b>-0,072</b>	<b>0,60</b>
Październik October	0,76	0,38	1.06	<b>-0,048</b>	<b>0,79</b>
Listopad November	0,86	0,30	1.05	<b>-0,0004</b>	<b>0,87</b>
Grudzień December	0,96	0,42	0.86	<b>-0,025</b>	<b>0,99</b>

Źródło: obliczenia własne.

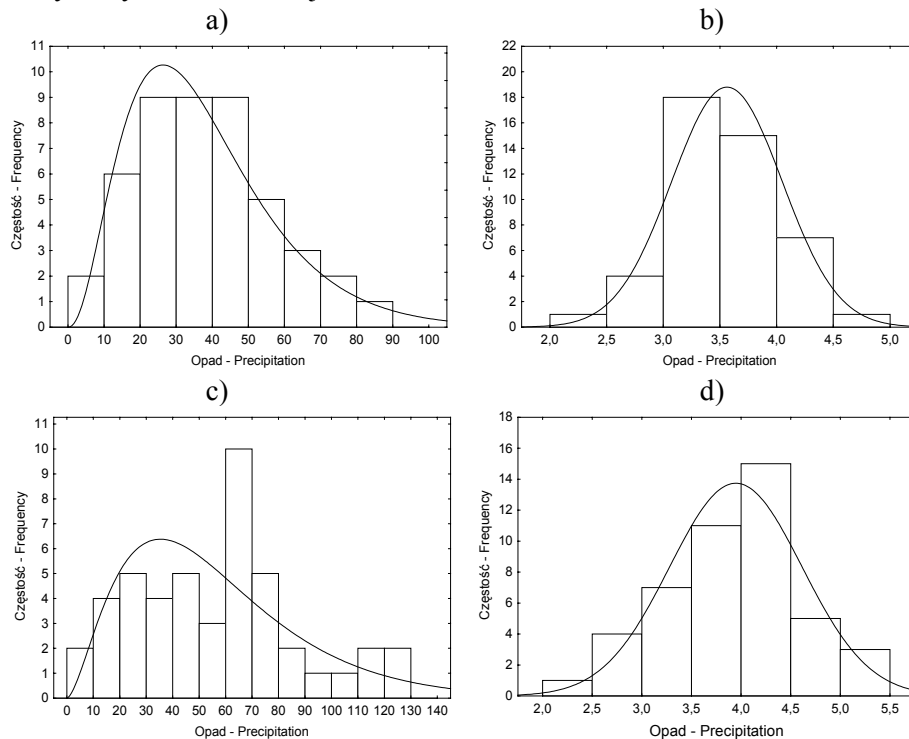
gdzie:  $P$ - miesięczne sumy opadów w wieloleciu 1964-2006,  $p$ -value jest najniższym poziomem istotności  $\alpha$ , przy którym hipoteza zerowa mogłaby być odrzucona przy otrzymanej wartości statystyki testowej Shapiro-Wilka.

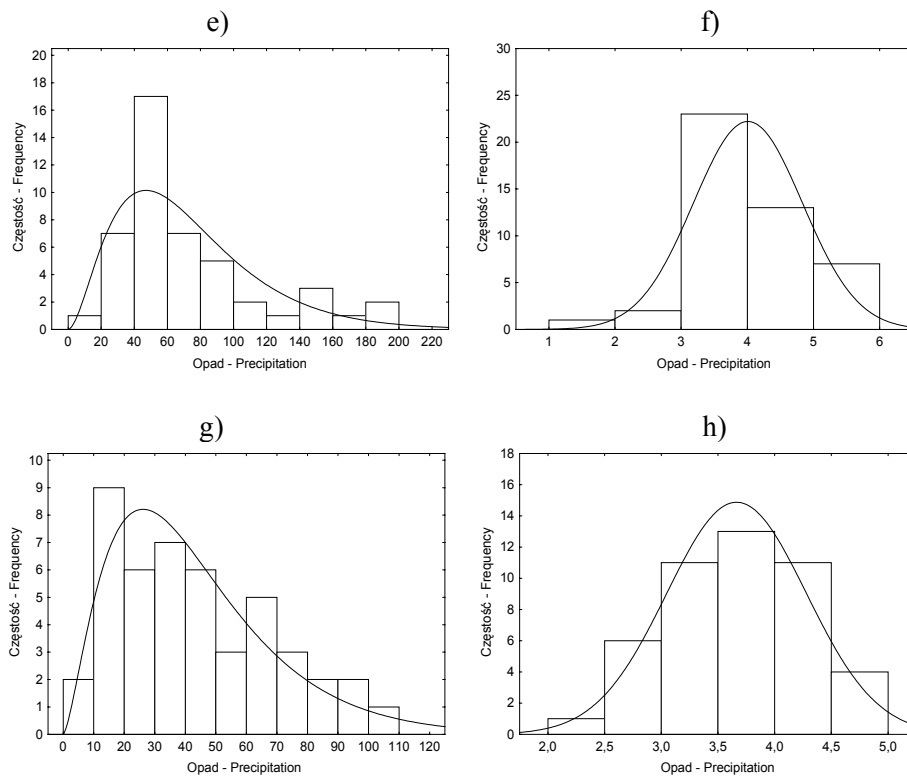


Niska wartość współczynnika skośności oznacza, że w tych miesiącach empiryczne rozkłady częstości są najbardziej zbliżone do rozkładów symetrycznych, co daje nadzieję na dobrą identyfikację warunków wilgotnościowych za pomocą RPI. W celu osiągnięcia wyższego stopnia zgodności z rozkładem normalnym niż przy poprzednio stosowanych transformacjach, wykorzystano procedurę zaproponowaną przez Boxa i Coxa [1964]. Otrzymane wyniki zawarto w tabeli 3.

Wyniki zawarte w tabeli 3 wskazują, że zastosowanie transformacji zaproponowanej przez Boxa i Coxa [1964] zmniejsza skośność rozkładów empirycznych, nie mniej jednak otrzymane po transformacji rozkłady empiryczne nadal są niesymetryczne. Niska wartość współczynnika skośności i wysoki stopień zgodności z rozkładem normalnym (wartość p-value w teście Shapiro-Wilka) dają gwarancję dobrej identyfikacji warunków wilgotnościowych za pomocą RPI.

Na rysunku 1 przedstawiono jak zmienia się empiryczny rozkład częstości miesięcznych sum opadów w wybranych miesiącach (kwiecień, maj, sierpień i wrzesień) w okresie 1964-2009 we Wrocławiu-Swojcu, przed i po zastosowaniu wybranych transformacji.





**Rysunek 1.** Empiryczny rozkład częstości miesięcznych sum opadów w 1964-2009 we Wrocławiu-Swojcu:

w kwietniu a) bez transformacji, b) po zastosowaniu transformacji  $Y = \sqrt[3]{P+10}$

w maju c) bez transformacji, d) po zastosowaniu transformacji  $Y = \sqrt[3]{P+10}$

w sierpniu e) bez transformacji, f) po zastosowaniu transformacji  $Y = \sqrt[3]{P}$

we wrześniu g) bez transformacji, h) po zastosowaniu transformacji  $Y = \sqrt[3]{P+10}$

**Figure 1.** Empirical frequency distribution of monthly precipitation sums in years 1964-2009 in Wrocław-Swojec

In April a) without transformation, b) after transformation  $Y = \sqrt[3]{P+10}$

In May c) without transformation, d) after transformation  $Y = \sqrt[3]{P+10}$

In August e) without transformation, f) after transformation  $Y = \sqrt[3]{P}$

In September g) without transformation, h) after transformation  $Y = \sqrt[3]{P+10}$

**Tabela 4.** Wartości RPI [%] dla miesięcznych sum opadów we Wrocławiu-Swojcu (1964-2009) odpowiadające znanym wartościom SPI  
**Table 4.** RPI values [%] for monthly precipitation sums in years in Wrocław-Swojec (1964-2009), corresponding to known values of SPI

Rodzaj okresu Type of period	SPI	RPI% Styczeń- January	RPI% Luty- February	RPI% Marzec- Marth	RPI% Kwiecień - April
Skrajnie suchy- Extremely dry	$SPI \leq -2,0$	$RPI < 25$	$RPI < 12$	$RPI < 21$	$RPI < 19$
Bardzo suchy- Very dry	$-2,0 < SPI \leq -1,5$	$25 \leq RPI < 35$	$12 \leq RPI < 27$	$21 \leq RPI < 33$	$19 \leq RPI < 33$
Suchy-Dry	$-1,5 < SPI \leq -0,5$	$35 \leq RPI < 70$	$27 \leq RPI < 67$	$33 \leq RPI < 67$	$33 \leq RPI < 70$
Normalny-Normal	$-0,5 < SPI < 0,5$	$70 \leq RPI \leq 120$	$67 \leq RPI \leq 121$	$67 \leq RPI \leq 120$	$70 \leq RPI \leq 120$
Wilgotny-Wet	$0,5 \leq SPI < 1,5$	$120 < RPI \leq 190$	$121 < RPI \leq 191$	$120 < RPI \leq 193$	$120 < RPI \leq 184$
Bardzo wilgotny -Very wet	$1,5 \leq SPI < 2$	$190 < RPI \leq 230$	$191 < RPI \leq 233$	$193 < RPI \leq 240$	$184 < RPI \leq 222$
Skrajnie wilgotny- Extremely wet	$SPI \geq 2$	$RPI > 230$	$RPI > 233$	$RPI > 240$	$RPI > 222$
Rodzaj okresu Type of period	SPI	RPI% Maj-May	RPI% Czerwiec-June	RPI% Lipiec-July	RPI% Sierpień- August
Skrajnie suchy- Extremely dry	$SPI \leq -2,0$	$RPI < 14$	$RPI < 31$	$RPI < 13$	$RPI < 18$
Bardzo suchy- Very dry	$-2,0 < SPI \leq -1,5$	$14 \leq RPI < 27$	$31 \leq RPI < 44$	$13 \leq RPI < 26$	$18 \leq RPI < 30$
Suchy-Dry	$-1,5 < SPI \leq -0,5$	$27 \leq RPI < 66$	$44 \leq RPI < 75$	$26 \leq RPI < 64$	$30 \leq RPI < 64$
Normalny-Normal	$-0,5 < SPI < 0,5$	$66 \leq RPI \leq 120$	$75 \leq RPI \leq 120$	$64 \leq RPI \leq 121$	$64 \leq RPI \leq 120$
Wilgotny-Wet	$0,5 \leq SPI < 1,5$	$120 < RPI \leq 198$	$120 < RPI \leq 170$	$121 < RPI \leq 202$	$120 < RPI \leq 200$
Bardzo wilgotny -Very wet	$1,5 \leq SPI < 2$	$198 < RPI \leq 244$	$170 < RPI \leq 200$	$202 < RPI \leq 252$	$200 < RPI \leq 250$
Skrajnie wilgotny- Extremely wet	$SPI \geq 2$	$RPI > 244$	$RPI > 200$	$RPI > 252$	$RPI > 250$
Rodzaj okresu Type of period	SPI	RPI% Wrzesień- September	RPI% Październik- October	RPI% Listopad- November	RPI% Grudzień- December
Skrajnie suchy- Extremely dry	$SPI \leq -2,0$	$RPI < 10$	$RPI < 12$	$RPI < 41$	$RPI < 14$
Bardzo suchy- Very dry	$-2,0 < SPI \leq -1,5$	$10 \leq RPI < 25$	$12 \leq RPI < 22$	$41 \leq RPI < 51$	$14 \leq RPI < 29$
Suchy-Dry	$-1,5 < SPI \leq -0,5$	$25 \leq RPI < 64$	$22 \leq RPI < 60$	$51 \leq RPI < 75$	$29 \leq RPI < 67$
Normalny-Normal	$-0,5 < SPI < 0,5$	$64 \leq RPI \leq 121$	$60 \leq RPI \leq 120$	$75 \leq RPI \leq 113$	$67 \leq RPI \leq 120$
Wilgotny-Wet	$0,5 \leq SPI < 1,5$	$121 < RPI \leq 200$	$120 < RPI \leq 216$	$113 < RPI \leq 168$	$120 < RPI \leq 190$
Bardzo wilgotny -Very wet	$1,5 \leq SPI < 2$	$200 < RPI \leq 248$	$216 < RPI \leq 280$	$168 < RPI \leq 205$	$190 < RPI \leq 232$
Skrajnie wilgotny- Extremely wet	$SPI \geq 2$	$RPI > 248$	$RPI > 280$	$RPI > 205$	$RPI > 232$

Źródło: Obliczenia własne.

Korzystając ze znanej klasyfikacji opartej na współczynniku SPI (tabela 1), wyznaczono odpowiadającą jej klasyfikację opartą na współczynniku RPI dla każdego miesiąca w roku oddzielnie. W tym celu należy dla każdej wartości progowej klasyfikacji opartej na SPI wyznaczyć odpowiadającą jej wartość pro-

gową w klasyfikacji opartej na współczynniku RPI. Wyznaczone wartości RPI na podstawie jednej z nierówności (12), (13) lub (14) w zależności od wybranej, najlepiej dopasowującej transformacji dla kolejnych miesięcy w roku przedstawiono w tabeli 4.

Wyznaczone wartości RPI na podstawie nierówności (15)

$$\frac{(\alpha\hat{\sigma} + \hat{\mu})^{\frac{1}{\lambda}}}{\bar{P}} < RPI \leq \frac{(\beta\hat{\sigma} + \hat{\mu})^{\frac{1}{\lambda}}}{\bar{P}}$$

dla kolejnych miesięcy w roku znajdują się w tabeli 5.

**Tabela 5.** Wartości RPI [%] dla miesięcznych sum opadów we Wrocławiu-Swojcu (1964-2009), odpowiadające znanym wartościom SPI

**Table 5.** RPI values [%] for monthly precipitation sums in years in Wrocław-Swojec (1964-2009), corresponding to known values of SPI

Rodzaj okresu Type of period	SPI	RPI Styczeń- January	RPI Luty- February	RPI Marzec- Marth	RPI Kwiecień - April
Skrajnie suchy- Extremely dry	$SPI \leq -2,0$	$RPI < 22$	$RPI < 10$	$RPI < 20$	$RPI < 17$
Bardzo suchy -Very dry	$-2,0 < SPI \leq -1,5$	$22 \leq RPI < 34$	$12 \leq RPI < 26$	$20 \leq RPI < 32$	$17 \leq RPI < 32$
Suchy-Dry	$-1,5 < SPI \leq -0,5$	$34 \leq RPI < 69$	$26 \leq RPI < 69$	$32 \leq RPI < 67$	$32 \leq RPI < 71$
Normalny-Normal	$-0,5 < SPI < 0,5$	$69 \leq RPI \leq 119$	$69 \leq RPI \leq 123$	$67 \leq RPI \leq 119$	$71 \leq RPI \leq 121$
Wilgotny-Wet	$0,5 \leq SPI < 1,5$	$119 < RPI \leq 185$	$123 < RPI \leq 187$	$119 < RPI \leq 192$	$121 < RPI \leq 181$
Bardzo wilgotny -Very wet	$1,5 \leq SPI < 2$	$185 < RPI \leq 225$	$187 < RPI \leq 222$	$192 < RPI \leq 236$	$181 < RPI \leq 214$
Skrajnie wilgotny- Extremely wet	$SPI \geq 2$	$RPI > 225$	$RPI > 222$	$RPI > 236$	$RPI > 214$
Rodzaj okresu Type of period	SPI	RPI% Maj-May	RPI% Czerwiec- June	RPI% Lipiec-July	RPI% Sierpień- August
Skrajnie suchy- Extremely dry	$SPI \leq -2,0$	$RPI < 11$	$RPI < 31\%$	$RPI < 14$	$RPI < 18$
Bardzo suchy -Very dry	$-2,0 < SPI \leq -1,5$	$11 \leq RPI < 26$	$31 \leq RPI < 43$	$13 \leq RPI < 26$	$18 \leq RPI < 29$
Suchy-Dry	$-1,5 < SPI \leq -0,5$	$26 \leq RPI < 67$	$43 \leq RPI < 75$	$26 \leq RPI < 63$	$29 \leq RPI < 64$
Normalny-Normal	$-0,5 < SPI < 0,5$	$67 \leq RPI \leq 123$	$75 \leq RPI \leq 117$	$63 \leq RPI \leq 121$	$64 \leq RPI \leq 119$
Wilgotny-Wet	$0,5 \leq SPI < 1,5$	$123 < RPI \leq 191$	$117 < RPI \leq 170$	$121 < RPI \leq 202$	$119 < RPI \leq 200$
Bardzo wilgotny -Very wet	$1,5 \leq SPI < 2$	$191 < RPI \leq 229$	$170 < RPI \leq 200$	$202 < RPI \leq 252$	$200 < RPI \leq 251$
Skrajnie wilgotny- Extremely wet	$SPI \geq 2$	$RPI > 229$	$RPI > 200$	$RPI > 252$	$RPI > 251$

Rodzaj okresu Type of period	SPI	RPI Wrzesień- September	RPI Październik- October	RPI Listopad- November	RPI Grudzień- December
Skrajnie suchy- Extremely dry	$SPI \leq -2,0$	$RPI < 14$	$RPI < 11$	$RPI < 37$	$RPI < 17$
Bardzo suchy- Very dry	$-2,0 < SPI \leq -1,5$	$14 \leq RPI < 26$	$12 \leq RPI < 22$	$37 \leq RPI < 48$	$17 \leq RPI < 29$
Suchy-Dry	$-1,5 < SPI \leq -0,5$	$26 \leq RPI < 63$	$22 \leq RPI < 59$	$48 \leq RPI < 77$	$29 \leq RPI < 66$
Normalny-Normal	$-0,5 < SPI < 0,5$	$63 \leq RPI \leq 121$	$59 \leq RPI \leq 121$	$77 \leq RPI \leq 115$	$66 \leq RPI \leq 121$
Wilgotny-Wet	$0,5 \leq SPI < 1,5$	$121 < RPI \leq 204$	$121 < RPI \leq 213$	$115 < RPI \leq 166$	$121 < RPI \leq 196$
Bardzo wilgotny- Very wet	$1,5 \leq SPI < 2$	$204 < RPI \leq 256$	$213 < RPI \leq 272$	$166 < RPI \leq 196$	$196 < RPI \leq 240$
Skrajnie wilgotny- Extremely wet	$SPI \geq 2$	$RPI > 256$	$RPI > 272$	$RPI > 196$	$RPI > 240$

Źródło: Obliczenia własne.

Biorąc pod uwagę wyniki w tabelach 4 i 5 zaproponowano klasyfikację warunków opadowych dla miesięcznych sum opadów za pomocą wskaźnika względnego opadów RPI. Wartości progowe w proponowanej klasyfikacji dla Wrocławia-Swojca są średnimi arytmetycznymi wartości progowych w poszczególnych miesiącach

Proponowana klasyfikacja dla miesięcznych sum opadów znajduje się w tabeli 10.

**Tabela 10.** Klasyfikacja warunków opadowych na podstawie wskaźnika względnego opadu (RPI) dla Wrocławia-Swojca

**Table 10.** Classification of the precipitation conditions according to the relative precipitation index (RPI) for Wrocław-Swojec

Rodzaj okresu Type of period	RPI w miesiącu, % RPI in month, %
skrajnie suchy extremely dry	<19
bardzo suchy very dry	[19; 31,5)
suchy dry	[31,5; 68)
normalny normal	[68; 120)
wilgotny wet	(120; 192]
bardzo wilgotny very wet	(192; 235]
skrajnie wilgotny extremely wet	>235

Źródło: Obliczenia własne.

## OMÓWIENIE WYNIKÓW BADAŃ

Ponieważ badania zostały przeprowadzone tylko dla jednego regionu w Polsce, trudno wyciągać daleko idące wnioski. Rozkłady empiryczne miesięcznych sum opadów w kolejnych miesiącach w roku w wieloletniu 1964-2009 we Wrocławiu-Swojcu charakteryzują się asymetrią prawostronną (tab.2). Ozna-

cza to, że w badanym wieloleciu miesięczne sumy opadów w większości przypadków były mniejsze od średniej miesięcznej z wielolecia 1964-2009. Zastosowanie transformacji:  $P \rightarrow \sqrt[3]{P}$ ;  $P \rightarrow \ln P$ ;  $P \rightarrow \sqrt[3]{P+c}$  wyraźnie zmniejszyło skośność rozkładów empirycznych (tab.2), ale dla większości miesięcy w roku asymetria prawostronna stała się asymetrią lewostronną. Oznacza to, że po zastosowaniu transformacji w badanym wieloleciu miesięczne sumy opadów w większości przypadków były większe od średniej miesięcznej z wielolecia 1964-2009. Zastosowanie transformacji  $P \rightarrow P^\lambda, \lambda > 0$  znacznie zmniejszyło asymetrię lewostronną (tab. 3), ale nie zlikwidowało jej całkowicie. Przy analizie wyników należy wziąć pod uwagę fakt, że przy dużym zróżnicowaniu miesięcznych sum opadów zawsze występują wartości ekstremalne i to te wartości są jedną z przyczyn niesymetrycznych rozkładów empirycznych. Rozwiązaniem tych problemów byłoby znalezienie uniwersalnej transformacji przekształcającej rozkład empiryczny miesięcznych sum opadów w rozkład symetryczny.

Wyniki badań wykonanych na podstawie miesięcznych sum opadów atmosferycznych z Obserwatorium Agro- i Hydrometeorologii we Wrocławiu-Swojcu w okresie 1964-2009 sugerują potrzebę dalszych badań, których celem byłoby wyznaczenie reguły identyfikującej miesięczne sumy opadów za pomocą wskaźnika względnego opadów RPI, analogicznej do reguły przedstawionej w tabeli 10. Propozycja reguły klasyfikującej miesięczne sumy opadów pod względem ich niedoborów lub nadmiarów wymaga przeprowadzenia badań na danych pochodzących z różnych regionów Polski.

## BIBLIOGRAFIA

- Box G., Cox D., 1964. *An Analysis of Transformations*, Journal of the Royal Statistical Society, B 26, s. 211-252.
- Farat R., Kępińska-Kasprzak M., Mager P. 1995. *Susze na obszarze Polski w latach 1951-1990*. Mater. Bad. IMGW Gosp. Wodna i Ochrona Wód nr 16. ss 140.
- Freeman J, Modarres R. 2006. Inverse Box-Cox: *The power-normal distribution*. Statistics & Probability Letters 76 pp.764-772.
- Guttman N. 1999. *Accepting the standardized precipitation index: a calculation algorithm*. Journal of the American Water resources association. Vol. 35, No.2 April 1999 pp.311-322.
- Kaczorowska Z. 1962. *Opady w Polsce w przekroju wieloletnim*. Przegl. Geogr. IG PAN. Nr 33. Warszawa. Wydaw. Geolog. ss. 112.
- Kosiba A. 1948. *Klimat ziem Śląskich. Zagadnienia Gospodarcze Śląska*, Seria II Wydaw. Inst. Śląs. ss. 127.
- Kaczmarek Z., 1970. *Metody statystyczne w hydrologii i meteorologii*. Warszawa, WKiŁ s.312.
- Mathew T.; Mukherjee S. 2008. *Normal-based methods for a Gamma Distribution: prediction and tolerance intervals and stress-strength reliability*. Technometrics February, vol.50, no.1 pp.69-78.
- Łabędzki L. 2006. *Susze rolnicze. Zarys problematyki oraz metody monitorowania i klasyfikacji*. Woda Środowisko Obszary Wiejskie. Rozprawy naukowe i monografie. Nr 17 ss. 107.

- McKee T. B., Doesken N. J., Kleist J. 1993. *The relationship of drought frequency and duration to time scales*. Proc. 8<sup>th</sup> Conf. Applied Climatology, 17-22 January 1993, Anaheim, California, ss. 179–184.
- McKee T. B., Doesken N. J., Kleist J. 1995. *Drought monitoring with multiple time scales*. Preprints 9<sup>th</sup> Conf. Applied Climatology, 15-20 January 1995, Dallas, Texas, ss. 233–236.
- Przedpeńska W. 1971. *Zagadnienie susz atmosferycznych w Polsce i metody ich określania*. Prace PIHM. Z.103 ss. 3–27.
- Radomski Cz. 1977. *Agrometeorologia*. Warszawa. Wydaw. PWN ss. 544.
- Tomaszewska T. 1994. *Susze atmosferyczne na przestrzeni ostatniego czterdziestolecia*. Mater. Konf. XXV Zjazd Agrometeorologów. Olsztyn-Mierki 27-29.09.1994. Olsztyn Wydaw. ART s.169–178.

Dr hab. Elżbieta Musiał prof. nadzw.  
Edward Gąsiorek  
Mariusz Grządziel  
Katedra Matematyki  
Mariusz Rojek  
Instytut Kształtowania i Ochrony Środowiska  
Uniwersytet Przyrodniczy  
ul. Grunwaldzka 53  
50-357 Wrocław  
e-mail: elzbieta.musial@up.wroc.pl

