

*Andrzej Wałęga*

**WPLYW CHARAKTERYSTYK FAL POWODZIOWYCH  
ORAZ ZLEWNI NA PARAMETRY SYNTETYCZNYCH  
HYDROGRAMÓW JEDNOSTKOWYCH BETA  
I WEIBULLA**

---

***IMPACT OF FLOOD WAVE CHARACTERISTICS  
AND CATCHMENTS ON THE PARAMETERS  
OF THE SYNTHETIC UNIT HYDROGRAPHS - BETA  
AND WEIBULL DISTRIBUTION***

**Streszczenie**

W artykule dokonano oceny możliwości opisu obserwowanych hydrogramów jednostkowych za pomocą syntetycznych hydrogramów jednostkowych wyrażonych w funkcji rozkładu prawdopodobieństwa beta i Weibulla w przekrojach: Gorliczyna na Mleczne, Iskrzynia na Morwawie, Jasło na Jasiołce i Brzeźnica na Wielopolce. Podstawą przeprowadzonej analizy były obserwowane hydrogramy z wielolecia 1980-82 z półroczy letnich i zimowych. Właściwa analiza bazowała na hydrogramach jednostkowych opisujących odpływ bezpośredni ze zlewni. Parametry kształtu i skali obu analizowanych funkcji określono za pomocą funkcji celu bazującej na minimalizacji różnicy pomiędzy obserwowanym i symulowanym przepływem w kulminacji dla analizowanego epizodu. Poprawność opisu fal jednostkowych analizowanymi funkcjami testowano za pomocą współczynnika efektywności Nasha i Sutcliffe. Analiza wykazała, że funkcja beta i Weibulla dobrze opisują analizowane hydrogramy jednostkowe (nieznacznie lepsze rezultaty obliczeń uzyskano dla funkcji beta). Zaledwie w 27% wszystkich analizowanych epizodów jakość modeli była niesatysfakcjonująca. W przypadku obu funkcji wartości przepływów w kulminacji najsilniej uzależnione są od parametru skali  $\beta$ .

**Słowa kluczowe:** hydrogramy jednostkowe, syntetyczny hydrogram jednostkowy, funkcja beta i Weibulla

### Summary

*The article evaluated the possibility of description of the observed unit hydrographs using the synthetic unit hydrographs defined by beta and Weibull probability distributions in the following sections: Gorliczyna on the Mlecza river, Iskrzynia on the Morwawa river, Jasło on the Jasiołka river and Brzeźnica on the Wielopolka river. The performed analysis was based on the observed hydrographs from the multi-year period of 1980-82 from the summer and winter half-years. The analysis itself was based on the unit hydrographs describing the direct outflow from the catchment. The shape and scale parameters of both analyzed distributions were defined using a function that based on minimization of the difference between the observed and simulated flow during the culmination of the analyzed episode. The correctness of the unit waves description by the analyzed distributions was tested using the Nash and Sutcliffe efficiency coefficient. The analysis indicated that the analyzed unit hydrographs are well described by the beta and Weibull distribution (slightly better results of calculations were obtained for the beta distribution). The quality of the models was unsatisfactory only for 27% of all analyzed episodes. For both functions the relationship observed between flow values in the culmination and the  $\beta$  scale parameters was the strongest.*

**Key words:** unit hydrographs, synthetic unit hydrograph - Weibull and beta distribution

### WPROWADZENIE

W praktyce hydrologicznej jednym z najtrudniejszych zagadnień jest opracowanie metody transformacji opadu w odpływ powierzchniowy. Trudność ta jest spowodowana wpływem wielu czynników na proces transformacji opadu. Powszechnie do transformacji opadu w odpływ wykorzystuje się tzw. hydrogramy jednostkowe. Po raz pierwszy zostały one opisane przez Shermana [Ponce 1989]. Pod tym pojęciem rozumiemy reakcję zlewni na opad efektywny o wysokości 1 mm lub 1 cm w jednostce czasu jednolicie rozłożony na powierzchni zlewni. Coraz powszechniej do praktyki hydrologicznej wprowadza się tzw. syntetyczne hydrogramy jednostkowe, w których parametry ustalane są w oparciu o charakterystyki zlewni. Mają one szczególne zastosowanie w zlewniach niekontrolowanych. Przegląd syntetycznych hydrogramów jednostkowych można znaleźć np. w [Flood ... 1999]. Jedną z powszechniej stosowanych metod aproksymacji hydrogramów jednostkowych jest ich wygładzenie krzywą dopasowywaną manualnie do charakterystycznych punktów na hydrogramie [Singh 1988]. Przykładem takiego hydrogramu jednostkowego jest model Snydera. Z kolei National Resources Conservation Services (dawniej SCS) wprowadziło uproszczanie kształtu hydrogramu jednostkowego, przekształconego do postaci bezwymiarowej do trójkąta i na tej podstawie ustalenie jego parametrów [SCS 1972]. Syntetyczne hydrogramy jednostkowe można wyrażać także w postaci funkcji gęstości rozkładu gamma, np. model Nasha [Nash 1954] czy McEnroe

[Ciepielowski, Bodulski 2010] oraz rozkładu beta [Haktanir i in. 1990]. Innym przykładem podawanym przez Ciepielowskiego [1987] jest opis bezwymiarowych hydrogramów jednostkowych za pomocą składanej funkcji Pearsona IV i V typu.

Celem pracy jest próba opisu 24 godz. (dobowych) hydrogramów jednostkowych określonych dla wybranych przekroji wodowskazowych za pomocą funkcji gęstości rozkładu beta i Weibulla stanowiących tzw. syntetyczne hydrogramy jednostkowe. Dodatkowo przeanalizowano wpływ charakterystyk zlewni i parametrów hydrogramów jednostkowych na parametry rozkładów beta i Weibulla.

### CHARAKTERYSTYKA OBSZARU BADAŃ

Mleczka bierze swój początek na Pogórzu Dynowskim zbudowanym z łupków i piaskowców kredowych i trzeciorzędowych. Maksymalne wzniesienia w górnej partii zlewni osiągają 380-420 m n.p.m. w obrębie zlewni występuje gęsta sieć rzeczna. Powierzchnia zlewni Mleczki wynosi 522 km<sup>2</sup>, długość głównego ciek jest równa 43,2 km.

Źródła Morwawy zlokalizowane są w Beskidzie Niskim, na zboczu niewysokiego pasma górskiego, o wysokościach dochodzących do 700 m n.p.m. Do miejscowości Rymanów ma charakter górskiego potoku. Poniżej Rymanowa Morwawa wpływa do Dołów Jasielsko-Sanockich. Powierzchnia zlewni jest równa 108 km<sup>2</sup>.

Wielopolka bierze swój początek na Pogórzu Strzyżowskim, które następnie opuszcza koło Ropczyc i wpływa do Kotliny Sandomierskiej. Powierzchnia zlewni do wodowskazu Brzeźnica wynosi 484 km<sup>2</sup>, a długość ciek jest równa 53,7 km.

Jasiołka wypływa z Beskidu Niskiego. Jej źródła znajdują się na stokach Kanasiówki na wysokości około 750 m n.p.m. Wyższe partie zlewni są zalesione. W partiach źródłowych dolina Jasiołki ma charakter przełomu ze stromymi stokami. Powierzchnia zlewni wynosi 513 km<sup>2</sup>, a długość ciek głównego 75,9 km [Podział ... 1983].

### MATERIAŁ I METODY

Podstawą do przeprowadzenia obliczeń były zaobserwowane hydrogramy wezbrań z półrocza letniego i zimowego w przekrojach wodowskazowych: Goriczyna na Mleczce, Iskrzynia na Morwawie, Jasło na Jasiołce i Brzeźnica na Wielopolce. Dane te obejmowały wielolecie 1980-82 i pochodziły z Roczników hydrologicznych dla dorzecza Wisły. Z każdego roku wspomnianego wielolecia wybrano najwyższe wezbranie z półrocza zimowego i letniego. Do dalszych

analiz wybrano tylko wezbrania charakteryzujące się pojedynczą falą. Wyselekcjonowane hydrogramy odpływu całkowitego posłużyły do określenia hydrogramów jednostkowych. W tym celu w pierwszej kolejności dokonano rozdziału hydrogramu na część związaną z odpływem bezpośrednim (spływ powierzchniowy i śródpokrywowy wywołany opadami deszczu) oraz podstawowym spowodowanym zasilaniem wodami gruntowymi. Rozdziału dokonano według metody opisywanej przez Belete [2009] polegającej na poprowadzeniu linii prostej od punktu na hydrogramie od którego zaczyna się intensywny wzrost przepływów do punktu przełamania na części opadającej hydrogramu, stanowiącego przecięcie się stycznych do ramienia opadającego i do krzywej recesji. Mając określone rzędne hydrogramu odpływu bezpośredniego obliczono jego objętość oraz wysokość warstwy odpływu. Dzieląc rzędne hydrogramu odpływu bezpośredniego przez wysokość warstwy odpływu uzyskano hydrogramy jednostkowe. Z uwagi na dostępne dane uzyskano 24 godz. (dobowe) hydrogramy jednostkowe. Określono podstawowe parametry hydrogramów jednostkowych: przepływ w kulminacji  $q_p$ , czas do kulminacji  $T_p$ , czas trwania hydrogramu  $T_b$ . Dodatkowo obliczono smukłość hydrogramu  $\alpha$  wyznaczoną wg wzoru [Ciepiewski 1987]:

$$\alpha = \frac{t_o}{t_p} \quad (1)$$

gdzie:

- $t_o$  – czas opadania,
- $t_p$  – czas wznoszenia h.

Do opisu hydrogramów jednostkowych wykorzystano syntetyczne hydrogramy jednostkowe opisane funkcją gęstości dla rozkładu beta i Weibulla. Funkcje te dane są wzorami [Bhunya i in. 2007]:

- dla dwuparametrycznego rozkładu beta:

$$f(t) = \frac{1}{B(\alpha, \beta)} t^{\alpha-1} (1-t)^{\beta-1}, 0 \leq t \leq 1 \quad (2)$$

- dla dwuparametrycznego rozkładu Weibulla:

$$f(t) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{t}{\beta}\right)^\alpha}, t \geq 0 \quad (3)$$

Parametry kształtu  $\alpha$  i skali  $\beta$  funkcji (2) i (3) określono metodą optymalizacji tak , aby uzyskać najlepszą zgodność obliczonego i obserwowanego hydrogramu. Celem optymalizacji jest minimalizacja funkcji celu/błędu, która może być zdefiniowana różnymi metodami. W prezentowanych badaniach zastosowano funkcje celu bazującą na minimalizacji różnicy pomiędzy obserwowanym i symulowanym przepływem w kulminacji dla analizowanego epizodu [Ahmad i in. 2009]:

$$F = \frac{(Q_{obs} - Q_{obl})^2}{Q_{obl}^2} \quad (4)$$

gdzie:

$Q_{obs}$  jest obserwowanym przepływem w kulminacji,

$Q_{obl}$  jest obliczonym przepływem w kulminacji.

Efektywność modelu opisująca przebieg symulacji została określona równaniem proponowanym przez Nasha i Sutcliffe [Moriasi i in. 2007]:

$$E = \left[ 1 - \frac{\sum_{i=1}^{i=NQ} (Q_{obs} - Q_{sim})^2}{\sum_{i=1}^{i=NQ} (Q_{obs} - \bar{Q}_{obs})^2} \right] \cdot 100\% \quad (5)$$

gdzie:

$NQ$  jest liczbą rzędnych hydrogramu,

$i$  jest indeksem zmieniającym się od 1 do  $NQ$ ,

$Q_{obs}$  jest  $i$ -tą rzędną obserwowanego hydrogramu,

$Q_{sim}$  jest  $i$ -tą rzędną symulowanego hydrogramu,

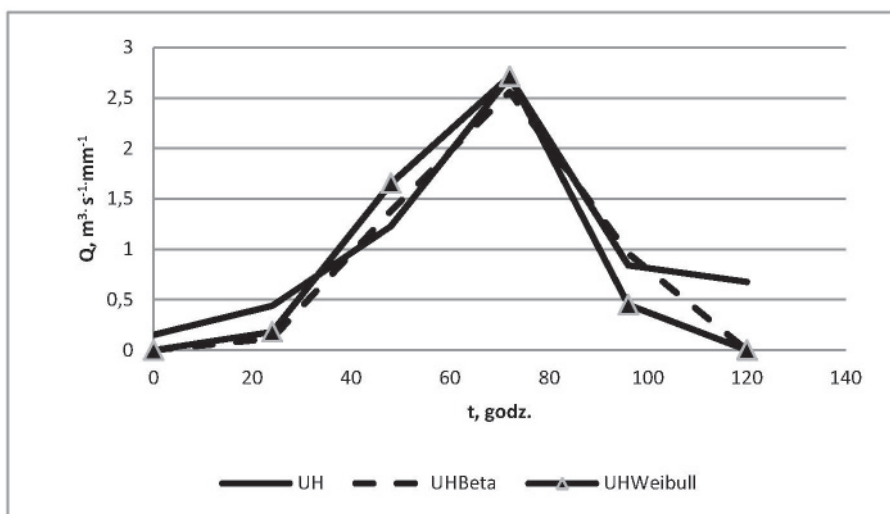
$\bar{Q}_{obs}$  jest średnią wartością rzędnych obserwowanego hydrogramu.

## WYNIKI I Dyskusja

W wyniku wstępnej weryfikacji hydrogramów obserwowanych do dalszych analiz wybrano tylko 15 przypadków w czterech przekrojach wodowskazowych. Przykładowo, na rysunku 1 przedstawiono porównanie obserwowanego hydrogramu jednostkowego z uzyskanymi z obliczeń wzorami (2) i (3) w przekroju Gorliczyna na Mleczce. W zdecydowanej większości przypadków funkcje gęstości prawdopodobieństwa rozkładu beta i Weibulla poprawnie opisywały obserwowane hydrogramy 24 godzinne (dobowe), przy czym przebieg obu funkcji gęstości był bardzo podobny. Wyniki dopasowania modelu do danych uzyskanych z obserwacji przedstawia tabela 1. Przyjmując kryteria poprawności opisu rzeczywistości przez model zamieszczone w pracy Moriasiego i innych [2007], w których podano m.in., że proces kalibracji można uznać za zakończony powodzeniem przy wartości współczynnika efektywności Nasha i Sutcliffe powyżej 65% można stwierdzić, że funkcje beta i Weibulla jedynie w 4 przypadkach na 15 analizowanych, a więc w 27% błędnie opisywały obserwowane hydrogramy.

W przypadku rozkładu beta oraz Weibulla w 10-ciu przypadkach model był bardzo dobry, w 1-nym dobry, w 1-nym satysfakcjonujący oraz w 3-ch niesatysfakcjonujący. Najlepsze efekty modelowania uzyskano w przekroju Gorliczyna na Mleczce i Iskrzynia na Morawie z uwagi na często złożony kształt hydrogramu obserwowanego. Mimo podobnych efektów uzyskanych przez oba modele to jednak hydrogram jednostkowy opisany funkcją beta uzyskał nieco

lepszą efektywność w stosunku do funkcji Weibulla (w 12-tu przypadkach na 15-cie analizowanych opis hydrogarmu funkcją beta był efektywniejszy niż funkcją Weibulla). Na uwagę zasługuje fakt, iż mimo zakwalifikowania modeli jako „niesatysfakcjonujący”, to efektywność funkcji beta w opisie hydrogramu była często znacznie większa od obserwowanej dla funkcji Weibulla (średnio o 24%).



**Rysunek 1.** Porównanie obserwowanego i obliczonych hydrogramów jednostkowych w przekroju Gorliczyna rz. Mleczka

**Figure 1.** The comparison of the observed and calculated unit hydrographs in Gorliczyna sections, riv. Mleczka

Podobne badania nad zastosowaniem funkcji prawdopodobieństwa rozkładu do opisu obserwowanych hydrogramów jednostkowych prowadziła Bhunya ze współautorami [2007]. Testowali oni cztery funkcje prawdopodobieństwa:  $\chi^2$ , gamma, beta i Weibulla, którymi aproksymowano obserwowane hydrogramy w zlewni Mynthu-Leska w Indiach. W wyniku przeprowadzonych badań stwierdzili, że funkcje beta i Weibulla z uwagi na największą elastyczność kształtu najlepiej opisywały obserwowane hydrogramy jednostkowe.

W tabeli 2 podano średnie z półroczy oraz dla wszystkich analizowanych hydrogramów łącznie, wartości parametrów hydrogramów jednostkowych oraz parametrów funkcji beta i Weibulla. Można zauważyć, iż w przypadku rozpatrywanych zlewni wyższy odpływ obserwowano w przypadku fal z półrocza zimowego w stosunku do letniego. Podobna sytuacja ma miejsce jeżeli chodzi o czas do kulminacji  $T_p$  i czas trwania podstawy hydrogramów jednostkowych  $T_b$ .

W przypadku fal z półrocza zimowego obserwowano tendencję do występowania długiego czasu wznoszenia w stosunku do opadania (smukłość mniejsza od 1). Odwrotna sytuacja miała miejsce w przypadku hydrogramów z półrocza letniego. Świadczy to o tym, iż w półroczu zimowym następuje wolniejszy wzrost przepływów z uwagi na zasilanie cieków głównie ze spływów roztopowych. W półroczu letnim występuje zjawisko typowe w przypadku zasilania cieków głównie spływami z nawalnych i rozlewnych opadów deszczu, czyli tzw. wezbrań opadowych, przejawiające się gwałtownym i krótkim czasem wznoszenia i powolnym obniżaniem przepływów.

**Tabela 1.** Wyniki oceny jakości zastosowanych syntetycznych hydrogramów jednostkowych

**Table 1.** The results of quality evaluation of the applied synthetic unit hydrographs

Rzeka/Przekrój	Data wystąpienia wezbrania	Współczynnik efektywności Nasha i Suckliffa, E [%]	
		Beta	Weibull
Mleczka/Gorliczyna	26.02-10.03.1982	84,4	78,7
	07.03-24.03.1981	40,4	39,2
	21.07-06.08.1980	54	53,1
Morwawa/Iskrzynia	30.12.1981-13.01.1982	41,8	24,4
	10.07-20.07.1982	34,3	24,6
	28.07-11.08.1981	89,7	82,4
	08.11-30.11.1980	70,1	65,6
Jasiołka/Jasło	25.03-08.04.1982	87,5	91,2
	10.07-20.07.1982	96,5	94,2
	27.07-10.08.1981	82,4	82,3
Wielopolka/Brzeźnica	23.02-14.03.1982	81,5	76,9
	26.06-10.07.1982	90,8	89,0
	08.03-19.03.1981	82,1	84,9
	21.07-04.08.1981	92,7	90,8
	02.04-17.04.1980	88,7	89,0

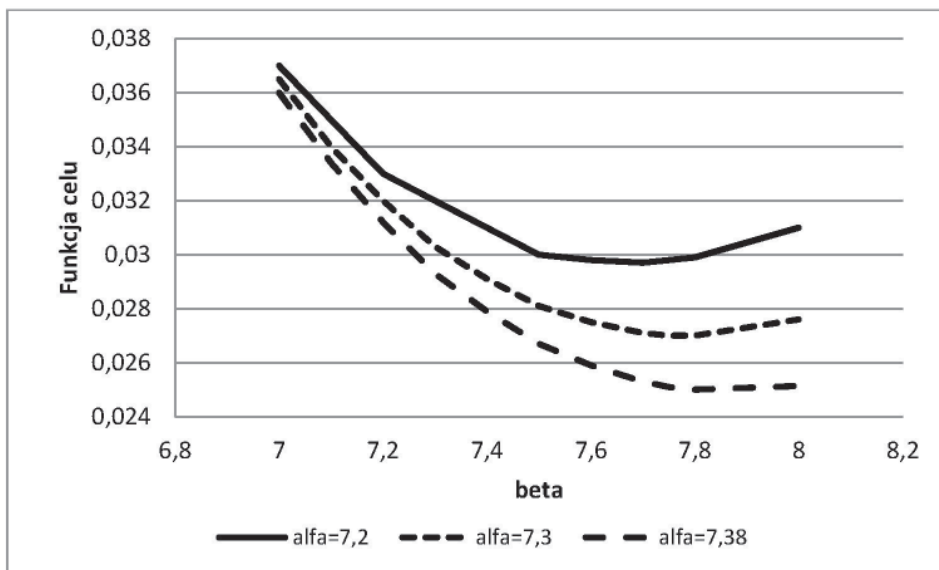
**Tabela 2.** Średnie wartości parametrów charakteryzujących hydrogramy jednostkowe i syntetyczne hydrogramy w funkcji beta oraz Weibulla

**Table 2.** The average values of parameters characterizing the unit hydrographs and synthetic unit hydrographs beta and Weibull distribution

Półrocze	H, mm	T <sub>p</sub> , godz.	T <sub>b</sub> , godz.	smukłość	Funkcja beta		Funkcja Weibulla	
					$\alpha$	$\beta$	$\alpha$	$\beta$
zima	11,72	72,00	136,00	0,86	4,22	3,75	3,47	0,68
lato	7,49	33,60	124,80	2,80	3,24	5,97	2,19	0,39
średnia	9,80	54,55	130,91	1,74	3,78	4,76	2,89	0,55

Wartości parametrów funkcji beta i Weibulla ustalono drogą optymalizacji poprzez minimalizację funkcji celu (4). Można zauważyć, iż w przypadku rozkładu Weibulla fale z półrocza zimowego mają kształt bardziej spłaszczony, w stosunku do obserwowanych w półroczu letnim (wartość parametru  $\beta$  większa w półroczu zimowym niż letnim). Jest to uzależnione od wcześniej opisanej genezy formowania się wezbrań w zależności od charakteru spływu.

Przykładowy przebieg optymalizacji parametrów  $\alpha$  i  $\beta$  dla funkcji beta w przekroju Brzeźnica na Wielopolce przedstawia rys. 2. Z przedstawionego rysunku daje się zauważyć, że wartości przepływu w kulminacji dla hydrogramu obliczonego są silnie uzależnione od wartości parametru  $\beta$ . Przy niższych wartościach tego parametru występuje tendencja do niedoszacowania przepływów. Wraz ze wzrostem tego parametru następuje szybka poprawa rezultatów symulacji (przepływy obliczone zbliżają się wartościami do obserwowanych). Po osiągnięciu minimum funkcji celu dalszy wzrost parametru  $\beta$  powoduje przeszacowywanie przepływów obliczeniowych.



**Rysunek 2.** Przebieg optymalizacji parametrów  $\alpha$  i  $\beta$  na przykładzie funkcji beta na rzece Wielopolce

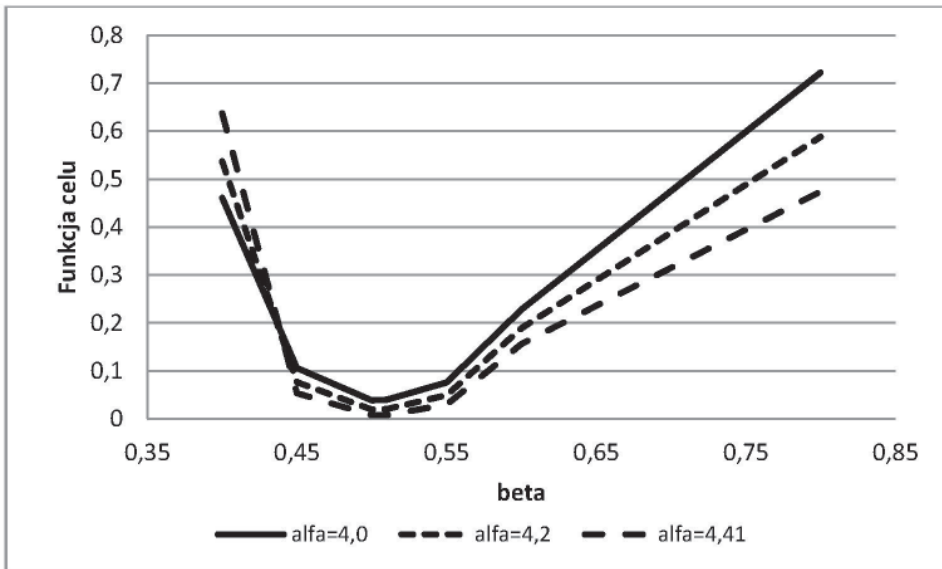
**Figure 2.** The course of  $\alpha$  and  $\beta$  parameters optimization demonstrated by beta distribution on the Wielopolka river

Z przedstawionej zależności daje się także zauważyć, że wartości parametru  $\alpha$  wykazują mniejszy wpływ na wartości przepływów w kulminacji dla niskich wartości parametru  $\beta$ . Wpływ ten rośnie bardzo szybko wraz ze wzrostem



parametru  $\beta$ . W przypadku funkcji beta, zwiększenie wartości parametru  $\alpha$  poprawia wyniki symulacji.

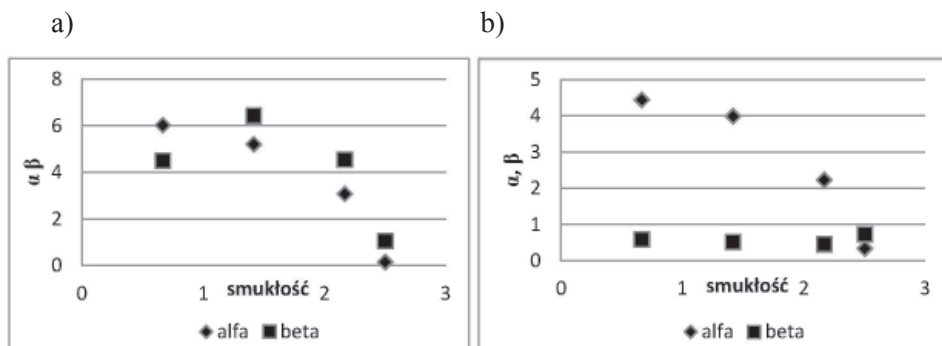
Podobna sytuacja jak wyżej opisana ma miejsce w przypadku funkcji Weibulla – rys. 3. Różnice przejawiają się w tym, iż parametr  $\alpha$  nie odgrywa istotnej roli na niedoszacowanie wartości przepływów w kulminacji, a więc do miejsca gdzie funkcja celu osiąga minimum. Wpływ ten zaczyna się uwidaczniać przy znacznym wzroście parametru  $\beta$ , a więc w obszarze, gdzie przepływy są wyraźnie przeszacowane (dla wysokich wartości parametru  $\beta$ ). Wtedy zwiększanie wartości parametru  $\alpha$  znacznie poprawia sytuację. Cytowani wcześniej Bhunya i inni [2007] wykazali w swoich badaniach podobną tendencję – wyższy wpływ parametrów modelu na przyptyw w kulminacji przy niskich wartościach parametru  $\alpha$ .



**Rysunek 3.** Przebieg optymalizacji parametrów  $\alpha$  i  $\beta$  na przykładzie funkcji Weibulla na rzece Wielopolce

**Figure 3.** The course of  $\alpha$  and  $\beta$  parameters optimization demonstrated by Weibull distribution on the Wielopolka river

Wpływ kształtu hydrogramów jednostkowych na wartości parametrów funkcji beta i Weibulla przedstawiono na rys. 4. W obu przypadkach występuje wyraźna tendencja do zmniejszania wartości parametru  $\alpha$  wraz ze zwiększaniem smukłości fali, a więc gdy czas wznoszenia jest wyraźnie krótszy od czasu opadania. W przypadku obu funkcji zależność parametru  $\alpha$  od smukłości fali ma identyczny przebieg.



**Rysunek 4.** Zależność pomiędzy smukłością obserwowanych hydrogramów jednostkowych a parametrami funkcji: a) beta i b) Weibulla w analizowanych przekrojach

**Figure 4.** The relation between the slenderness ratio of the observed unit hydrographs and parameters of distributions: a) beta and b) Weibull in the analyzed sections

Inna sytuacja występuje, gdy rozpatrywana jest zależność między parametrem  $\beta$  a smukłością fali. O ile w przypadku funkcji beta rysuje się tendencja do zmniejszania jego wartości wraz ze zwiększaniem wskaźnika smukłości fali, to w przypadku funkcji Weibulla nie obserwuje się wpływu zmiany smukłości fali na wartość parametru  $\beta$ .

## WNIOSKI

1. W przypadku fal jednostkowych z półrocza zimowego obserwowano tendencję do występowania długiego czasu wznoszenia w stosunku do czasu opadania. Odwrotna sytuacja miała miejsce w przypadku hydrogramów z półrocza letniego. Jest to związane z odmienną genezą formowania się wezbrań spowodowaną z innym rodzajem zasilania cieku w obu półroczach.

2. Funkcje gęstości prawdopodobieństwa rozkładu beta i Weibulla poprawnie opisywały obserwowane hydrogramy 24 godzinne (dobowe) w analizowanych przekrojach, a przebieg obu funkcji gęstości był bardzo podobny. Obie funkcje jedynie w 27% analizowanych przypadków błędnie opisywały obserwowane fale jednostkowe.

3. W przypadku funkcji beta i Weibulla wartości przepływów w kulminacji najsilniej uzależnione są od parametru skali  $\beta$ . Wyższe wartości tego parametru, przy jednocześnie niższych wartościach parametru kształtu  $\alpha$  sprzyjały przeszacowywaniu wartości przepływów w kulminacji w hydrogramach obliczonych stosunku do obserwowanych.

## BIBLIOGRAFIA

- Ahmad M. M., Ghumman A. R., Ahmad S. *Estimation of Clark's Instantaneous Unit Hydrograph Parameters and Development of Direct Surface Runoff Hydrograph*. Water Resour Manage. 2009. Doi:10.107/s11269-008-9388-8.
- Belete M. A. *Synthetic Unit Hydrographs in the Upper Awash and Tekeze Basins. Methods, Procedures and models*. VDM Verlag Dr Müller, 2009.
- Bhunya P. K., Berndtsson R., Ojha C. S. P., Mishra S. K. *Suitability of gamma, Chi-square, Weibull and beta distributions as synthetic unit hydrographs*. J. of Hydrology, 334, 2007,28-38.
- Ciepielowski A. *Badanie związków pomiędzy podstawowymi parametrami fal wezbraniowych w wybranych profilach rzek*. Rozprawy Naukowe i Monografie. Wyd. SGGW, 1987, Warszawa.
- Ciepielowski A., Bodulski J. *Wykorzystanie typowych hydrogramów wezbrań do projektowania obiektów technicznych małej retencji*. [W:] Hydrologia w Inżynierii i Gospodarce Wodnej, t. 1. Red. Beniamin Więzik. Monografie Komitetu Inżynierii Środowiska PAN 68, 2010, 167-175.
- Flood Estimation Handbook*, vol.4. The Institute of Hydrology, 1999. Wallingford.
- Haktanir, T., Sezen, Nurullah. *Suitability of two-parameter Gamma distribution and three-parameter Beta distribution as synthetic hydrographs in Anatolia*. Hydrol. Sci. J. 35 (2), 1990,167-184.
- Moriasi D.N., Arnold J.G., van Liew M.W., Bingner R.L., Harmel R.D., Veith T.L.. *Model evaluation guidelines for systematic quantification of accuracy in watershed simulations*. American Society of Agricultural and Biological Engineers ISSN 0001-2351, vol. 50 (3), 2007,885-900.
- Nash J. E. *The form of the instantaneous unit hydrograph*. IHAS 59, 1957, .202-213.
- Podział hydrograficzny Polski cz. I.*. Instytut Meteorologii i Gospodarki Wodnej, 1983. Warszawa.
- Ponce, V. M. *Engineering Hydrology: Principles and Practices*. Prentice Hall, Upper Saddle River, 1989. New Jersey.
- SCS (Soil Conservation Service)*. National Engineering Handbook, Section 4, U.S. Department of Agriculture, 1972. Washington, D.C.
- Singh, V.P. *Hydrologic Systems: Rainfall-Runoff Modeling*, vol. 1. Prentice Hall, Englewood, 1988. NJ.

Dr inż. Andrzej Wałęga  
Katedra Inżynierii Sanitarnej i Gospodarki Wodnej  
Uniwersytet Rolniczy  
w Krakowie  
Al.Mickiewicza 24/28  
e-mail: a.walega@ur.krakow.plki

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Antoni T. Miler