INFRASTRUKTURA I EKOLOGIA TERENÓW WIEJSKICH
INFRASTRUCTURE AND ECOLOGY OF RURAL AREAS

Nr 12/2010, POLSKA AKADEMIA NAUK, Oddział w Krakowie, s. 115–124
Komisja Technicznej Infrastruktury Wsi

Klemens Godek, Waldemar Krupiński

BADANIE POPRAWNOŚCI POMIARÓW WYKONYWANYCH PRECYZYJNYM NIWELATOREM CYFROWYM

EXAMINING THE CORRECTNESS OF MEASUREMENTS PERFORMED WITH PRECISE DIGITAL LEVELER

Streszczenie

W celu sprawdzenia, czy pomiary wykonywane niwelatorem cyfrowym „WILD NA 3000" są obarczone błędami zniekształcającymi wyniki tych obserwacji, wykonano szereg pomiarów różnic wysokości między punktami testowej sieci niwelacyjnej, założonej przy obiektach Wydziału Inżynierii Środowiska i Geodezji Uniwersytetu Rolniczego w Krakowie.

Pomiary wykonano na sieci składającej się z trzech zamkniętych oczek niwelacji, wykonując pomiary różnic wysokości w tych oczkach 35-krotnie.

Do wykrywania ewentualnych nieprawidłowości w pomiarach zastosowano statystyczny test zgodności Kołmogorowa-Lilieforsa, sprawdzając hipotezę H_0 o normalności rozkładu błędów pomiarowych.

Dla sprawdzenia i potwierdzenia wyników wynikających z powyższego testu przeprowadzono dodatkowe badania statystyczne stosując statystyki:

1. Cramera – von Misesa: W^2 *i* W_1^2.
2. Watsona: U^2 *i* U_1^2

Z przeprowadzonych badań wyciągnięto wnioski dotyczące jakości pomiarów geodezyjnych wykonanych testowanym instrumentem.

Słowa kluczowe: badania testowe, statystyka matematyczna, testy zgodności, rozkład empiryczny, hipoteza statystyczna, dokładność użytkowa

Summary

In order to verify that measurements made with a digital leveler "WILD NA 3000" are burdened with errors, distorting the results of these observations, nu-

merous measurements of height differences between points of a leveling net set up in the Department of Environment and Geodesy of the University of Agriculture in Cracow were performed

Measurements were made on a network of three closed leveling mesh, assessing of height differences in those leveling mesh 35-times.

To detect possible anomalies in the measurement, a statistical compatibility tests of Kolmogorov – Liliefors was used, checking the hypothesis H_o of normal distribution of measurement errors.

To verify and confirm the results coming from concerned test, additional test were launched using the statistics:

Cramer – von Mises: W^2 and W_1^2

Watson: U^2 and U_1^2

Performed analysis gives overview on measurements quality with use of tested instrument.

***Key words**: test investigations, mathematical statistics, compatibility tests, empirical distribution, statistical hypothesis, usable accuracy*

WPROWADZENIE

Na wyniki precyzyjnej niwelacji geometrycznej przy użyciu niwelatorów cyfrowych, jak również na wszelkie pomiary geodezyjne mają wpływ różne przyczyny zewnętrzne, które powodują pojawienie się pewnego, mniejszego lub większego błędu.

Błędy te mogą być dwojakiego rodzaju: systematyczne i przypadkowe, zależne od rodzaju przyczyn, które je powodują. Błędy o charakterze przypadkowym są zmienne co do znaku i jednakowo prawdopodobne tak w sensie dodatnim jak ujemnym. Błędy te wywołane są przez szybkozmienną wibrację odczytów na łacie niwelacyjnej. Błędy systematyczne okazują wpływ jednostajny dodatni lub ujemny i wywołane są oddziaływaniem refrakcji pionowej.

Wykonane w różnych pracach badania i praktyczna ich weryfikacja wykazały, że czynnikiem decydującym o zmianie przebiegu promienia świetlnego w atmosferze jest poziomy lub pionowy gradient temperatury w przypowierzchniowych warstwach atmosfery Ziemi.

Wykonane pomiary testowe przy użyciu precyzyjnego niwelatora cyfrowego WILD NA 3000 pozwolą na określenie dokładności użytkowej tego niwelatora i jak podaje Lizończyk [2000] – jest to dokładność jaką można uzyskać stosując określony niwelator precyzyjny i jego wyposażenie pomocnicze w określonych warunkach terenowych i atmosferycznych przy zastosowaniu odpowiedniej techniki pomiarowej.

Przy określaniu i szacowaniu dokładności użytkowej instrumentów pomiarowych należy stosować metody testowe określone przez Normę Międzynarodową ISO 8822 „Obiekty budowlane – instrumenty pomiarowe – metody ustalania dokładności użytkowej [Pawłowski 1997].

Tematem opracowania będą polowe badania sprawdzające przydatność precyzyjnego niwelatora cyfrowego WILD NA 3000 nr fabr. 90920 do wykonania niwelacji precyzyjnej na terenie miasta. Badania te zostaną wykonane na niwelacyjnej siatce testowej składającej się z trzech zamkniętych oczek zlokalizowanej przy obiektach Wydziału Inżynierii Środowiska i Geodezji Uniwersytetu Rolniczego w Krakowie. Pomiary testowe będą polegać na 35-krotnym zamierzeniu różnic wysokości w tych oczkach.

W celu sprawdzenia ewentualnych nieprawidłowości wykonanej niwelacji precyzyjnej zostanie zastosowany statystyczny test zgodności Kołmogorowa-Lilieforsa. Sprawdzenie i potwierdzenie wyników z powyższego testu będzie dodatkowo wykonane przy zastosowaniu badań statystycznych stosują statystyki: Cramera-von Misesa W^2 *i* W_1^2, Watsona U^2 *i* U_1^2.

SATYSTYCZNA KONTROLA JAKOŚCI WYKONANYCH POMIARÓW

W celu stwierdzenia jakości pomiarów wykonanych badanym instrumentem, wyniki tych pomiarów przetestowano metodami statystyki matematycznej, a konkretnie:

1. testem Kołmogorowa-Lilieforsa [Krysicki i in. 1986; Piasek 2000],
2. statystyką Cramera-von Misesa,
3. statystykąWatsona.

ad. 1. **Test Kołmogorowa-Lilieforsa**

Aby stwierdzić, czy wykonane pomiary można uznać za poprawne, czyli czy ich błędy charakteryzują się rozkładem normalnym należy:

1. obliczyć średnią

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \tag{1}$$

oraz wariancję

$$V(x) = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2 \tag{2}$$

2. wyznaczyć dystrybuantę empiryczną $S_n(x)$
3. określić dystrybuantę rozkładu $N\left(\bar{x}, V(x)\right) = F(x)$
4. obliczyć wartości bezwzględne różnic:

$$d_i = \left|F(x_i) - S_n(x_i)\right| \qquad \forall i = 1, 2, 3, \cdots, n$$

5. wybrać wartość maksymalną spośród ww. różnic:

$$d_{n\,max} = \max_i \left|F(x_i) - S_n(x_i)\right|$$

6. odczytać z tablic wartości krytycznych $k_n(1-\alpha)$ Kołmogorowa-Lilieforsa
7. porównać wartości $d_{n\,max}$ i $k_n(1-\alpha)$

gdzie:

x_i – błędy spostrzeżeń

n – ilość pomiarów

$S_n(x_i)$ – realizacje dystrybuanty empirycznej

$F(x_i)$ – dystrybuanta teoretyczna

Jeżeli $d_{n\,max} \in \langle k_n(1-\alpha)\,;1\rangle$ – rozkład błędów nie jest normalny [Greń 1970; Krysicki i in. 1986].

Jeżeli $d_{n\,max} \in \langle 0\,; k_n(1-\alpha)\rangle$ – rozkład błędów jest normalny [Greń 1970; Krysicki i in. 1986].

Obliczenia do testu:

Tabela 1. Obliczenia do testu Kołmogorowa-Lilieforsa

x_i [mm]	n_i	$S_n(x_i)$	$F(x_i)$	$\lvert S_n(x_i) - F(x_i)\rvert$
-3,3	2	0,0572	0,0192	0,0380
-3,1	1	0,0858	0,0250	0,0608
-2,8	1	0,1144	0,0367	0,0768
-2,5	1	0,1430	0,0526	0,0904
-2,3	1	0,1716	0,0655	0,1061
-2,0	1	0,2002	0,0901	0,1101
-1,8	2	0,2574	0,1093	0,1481
-1,3	2	0,3146	0,1736	0,1410
-1,1	1	0,3432	0,2033	0,1399
-1,0	2	0,4004	0,2177	x 0,1827
-0,8	1	0,4290	0,2546	x 0,1744
-0,7	1	0,4576	0,2710	x 0,1866
-0,4	2	0,5148	0,3300	x 0,1848
-0,3	1	0,5434	0,3520	x 0,1914
-0,2	1	0,5720	0,3745	x 0,1975 xxx
0,0	6	0,7436	0,5832	x 0,1604
0,3	1	0,7722	0,6480	0,1242
0,7	1	0,8008	0,7290	0,0718
1,4	1	0,8294	0,8413	0,0119
1,8	1	0,8580	0,8907	0,0327
2,3	1	0,8866	0,9345	0,0479
2,4	1	0,9152	0,9406	0,0254
2,7	1	0,9438	0,9582	0,0144
3,2	1	0,9724	0,9779	0,0055
3,4	1	1,0001	0,9834	0,0167

Z tablic Kołmogorowa-Lilieforsa:
wartość krytyczna k_{35} (1- 0,05) = 0,1498
1.

$$\bar{x} = -0{,}377$$
$$V(x) = 3{,}153$$
$$\sigma(X) = 1{,}776$$

Skoki dystrybuanty S_{35} są równe 1 : 35 = 0,0286 dla liczebności 1
Dystrybuanta hipotetyczna F ma rozkład N(-0,377 ; ±1,776)
2. Wyznaczenie dystrybuanty empirycznej

$$F(-3\,;3) = 1 - P\left(\frac{x+0{,}377}{1{,}776} \langle \frac{3{,}3+0{,}377}{1{,}776}\right) = 1 - P(U\langle 2{,}07) = 1 - \Phi(2{,}07) = 1 - 0{,}9808 = 0{,}0192 \cdot$$

Tabela 2. Dystrybuanta empiryczna

F(-3,3) =	1- Φ(2,07)	= 1 – 0,9808	= 0,0192
F(-3,1) =	1- Φ(1,96)	= 1 – 0,9750	= 0,0250
F(-2,8) =	1- Φ(1,79)	= 1 – 0,9633	= 0,0367
F(-2,5) =	1- Φ(1,62)	= 1 – 0,9474	= 0,0526
F(-2,3) =	1- Φ(1,51)	= 1 – 0,9345	= 0,0655
F(-2,0) =	1- Φ(1,34)	= 1 – 0,9099	= 0,0901
F(-1,8) =	1- Φ(1,23)	= 1 – 0,8907	= 0,1093
F(-1,3) =	1- Φ(0,94)	= 1 – 0,8264	= 0,1736
F(-1,1) =	1- Φ(0,83)	= 1 – 0,7967	= 0,2033
F(-1,0) =	1- Φ(0,78)	= 1 – 0,7823	= 0,2177
F(-0,8) =	1- Φ(0,66)	= 1 – 0,7454	= 0,2546
F(-0,7) =	1- Φ(0,61)	= 1 – 0,7290	= 0,2710
F(-0,4) =	1- Φ(0,44)	= 1 – 0,6700	= 0,3300
F(-0,3) =	1- Φ(0,38)	= 1 – 0,6480	= 0,3520
F(-0,2) =	1- Φ(0,32)	= 1 – 0,6255	= 0,3745
F(0,0) =	Φ(0,21)	= 0,5832	
F(0,3) =	Φ(0,38)	= 0,6480	
F(0,7) =	Φ(0,61)	= 0,7290	
F(1,4) =	Φ(1,00)	= 0,8413	
F(1,8) =	Φ(1,23)	= 0,8907	
F(2,3) =	Φ(1,51)	= 0,9345	
F(2,4) =	Φ(1,56)	= 0,9406	
F(2,7) =	Φ(1,73)	= 0,9582	
F(3,2) =	Φ(2,01)	= 0,9779	
F(3,4) =	Φ(2,13)	= 0,9834	

Pozostałe obliczenia oraz porównywane wartości $d_{n\,max} = 0{,}1975$ i $k_n(1-\alpha)$ zawiera tabela 1.

Ponieważ obliczona wartość $d_{n\,max} = 0{,}1975$ należy do przedziału $\langle 0{,}1498\,;1\rangle$, oznacza to niewielkie odchylenie błędów pomiarowych od rozkładu normalnego, w związku z czym hipotezę normalności należy odrzucić na poziomie istotności $\alpha = 0{,}05$.

Aby sprawdzić, czy otrzymany wynik z testu Kołmogorowa-Lilieforsa jest właściwy, przeprowadzono badania dwoma kolejnymi testami, a mianowicie:
- Cramera-von Misesa,
- Watsona.

ad 2. **Statystyka Cramera-von Misesa**

Statystykę W_1^2 tego testu określa wzór [Kasietczuk 1993] :

$$W^2 = \sum_{i=1}^{n}\left[z_i - \frac{(2i-1)}{2n}\right]^2 + \frac{1}{12n} \tag{3}$$

$$W_1^2 = \left(1 + \frac{0{,}5}{n}\right)\cdot W^2 \tag{4}$$

gdzie:

$z_i = F(u_i)$

$F(u_i)$ – dystrybuanta rozkładu $N(0\,;\,1)$

$u_i = \dfrac{(x_i - \bar{x})}{\sigma}$

Obliczenia zwiera tabela 3.

Tabela 3 . Obliczenia do testu Cramera-von Misesa

i	x_i ["]	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$u_i = \dfrac{x_i - \bar{x}}{S}$	$z_i = F(u_i)$	$\dfrac{(2i-1)^2}{2n}$	$\left[z_i - \dfrac{(2i-1)}{2n}\right]$	$\left[z_i - \dfrac{(2i-1)}{2n}\right]$
1	-3,30	-2,9229	8,5431	-1,6460	0,4950	0,0143	0,0352	0,0012
2	-3,30	-2,9229	8,5431	-1,6460	0,0495	0,0429	0,0066	0,0000
3	-3,10	-2,7229	7,4140	-1,5334	0,0630	0,0714	-0,0084	0,0001
4	-2,80	-2,4229	5,8702	-1,3644	0,0869	0,1000	-0,0131	0,0002
5	-2,50	-2,1229	4,5065	-1,1955	0,1151	0,1286	-0,0135	0,0002
6	-2,30	-1,9229	3,6974	-1,0829	0,1401	0,1571	-0,0170	0,0003
7	-2,00	-1,6229	2,6337	-0,9139	0,1814	0,1857	-0,0043	0,0000
8	-1,80	-1,4229	2,0245	-0,8013	0,2119	0,2143	-0,0024	0,0000
9	-1,80	-1,4229	2,0245	-0,8013	0,2119	0,2429	-0,0310	0,0010
10	-1,30	-0,9229	0,8517	-0,5197	0,3015	0,2714	0,0301	0,0009
11	-1,30	-0,9229	0,8517	-0,5197	0,3015	0,3000	0,0015	0,0000
12	-1,10	-0,7229	0,5225	-0,4071	0,3409	0,3286	0,0123	0,0002
13	-1,00	-0,6229	0,3880	-0,3508	0,3632	0,3571	0,0061	0,0000
14	-1,00	-0,6229	0,3880	-0,3508	0,3632	0,3857	-0,0225	0,0005
15	-0,80	-0,4229	0,1788	-0,2381	0,4052	0,4143	-0,0091	0,0001

i	x_i ["]	$x_i - \overline{x}$	$\left(x_i - \overline{x}\right)^2$	$u_i = \frac{x_i - \overline{x}}{S}$	$z_i = F(u_i)$	$\frac{(2i-1)^2}{2n}$	$\left[z_i - \frac{(2i-1)}{2n}\right]$	$\left[z_i - \frac{(2i-1)}{2n}\right]$
16	-0,70	-0,3229	0,1042	-0,1818	0,4286	0,4429	-0,0143	0,0002
17	-0,40	-0,0229	0,0005	-0,0129	0,4960	0,4714	0,0246	0,0006
18	-0,40	-0,0229	0,0005	-0,0129	0,4960	0,5000	-0,0040	0,0000
19	-0,30	0,0771	0,0060	0,0434	0,5160	0,5286	-0,0126	0,0002
20	-0,20	0,1771	0,0314	0,0998	0,5398	0,5571	-0,0173	0,0003
21	0,00	0,3771	0,1422	0,2124	0,5832	0,5857	-0,0025	0,0000
22	0,00	0,3771	0,1422	0,2124	0,5832	0,6143	-0,0311	0,0010
23	0,00	0,3771	0,1422	0,2124	0,5832	0,6429	-0,0597	0,0036
24	0,00	0,3771	0,1422	0,2124	0,5832	0,6714	-0,0882	0,0078
25	0,00	0,3771	0,1422	0,2124	0,5832	0,7000	-0,1168	0,0136
26	0,00	0,3771	0,1422	0,2124	0,5832	0,7286	-0,1454	0,0211
27	0,30	0,6771	0,4585	0,3813	0,6480	0,7571	-0,1091	0,0119
28	0,70	1,0771	1,1602	0,6066	0,7290	0,7857	-0,0567	0,0032
29	1,40	1,7771	3,1582	1,0008	0,8413	0,8143	0,0270	0,0007
30	1,80	2,1771	4,7400	1,2261	0,8907	0,8429	0,0478	0,0023
31	2,30	2,6771	7,1671	1,5076	0,9345	0,8714	0,0631	0,0040
32	2,40	2,7771	7,7125	1,5640	0,9406	0,9000	0,0406	0,0016
33	2,70	3,0771	9,4688	1,7329	0,9582	0,9286	0,0296	0,0009
34	3,20	3,5771	12,7960	2,0145	0,9779	0,9571	0,0208	0,0004
35	3,40	3,7771	14,2668	2,1271	0,9834	0,9857	-0,0023	0,0000
Suma	-13,20	0	110,3617	5,33E-15	17,0640	17,5	-0,4360	0,0781

$W^2 = 0{,}0805$

$\overline{x} = -0{,}3771$

$V(x) = 3{,}1532$

$\sigma(X) = 1{,}7757$

$$W^2 = \sum_{i=1}^{n}\left[z_i - \frac{(2i-1)}{2n}\right]^2 + \frac{1}{12n} = 0{,}0781 + 0{,}0024 = 0{,}0805$$

$$W_1^2 = \left(1 + \frac{0{,}5}{n}\right)\cdot W^2 = 1{,}0140 \cdot 0{,}0805 = 0{,}0817$$

Z tablic Cramera-von Misesa:

dla α = 0,05; wartość krytyczna $W_{1kryt}^2 = 0{,}126$.

Ponieważ test jest prawostronny, więc jeżeli obliczone $W_1^2 \langle W_{1kryt}^2$, oznacza to, że badany rozkład jest normalny.

W przypadku przeciwnym hipotezę normalności badanego rozkładu należy odrzucić na poziomie istotności α = 0,05.

W przypadku badanym:

dla α = 0,05; $W_{1kryt}^2 = 0{,}126 \rangle 0{,}0817 = W_1^2$

co oznacza, że badany rozkład błędów jest rozkładem normalnym, czyli że pomiary wykonane badanym niwelatorem są poprawne.

ad 3. **Test Watsona**

Statystykę U_1^2 tego testu określa wzór [Kasietczuk 1993]:

$$U^2 = W^2 - n\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{z_i}{n} - 0{,}5\right)^2$$

$$U_1^2 = \left(1 + \frac{0{,}5}{n}\right)\cdot U^2$$

gdzie W^2 określone jest wzorem (3), pozostałe oznaczenia jak w teście Cramera-von Misesa:

$U^2 = 0{,}0805 - 35\cdot(0{,}4875 - 0{,}5)^2 = 0{,}0750$

$U_1^2 = 1{,}0143\cdot 0{,}0750 = 0{,}0761$

Z tablic Watsona: $U_{1\,kryt}^2 = 0{,}116 \rangle\ 0{,}0817$ (dla α = 0,05).

Test Watsona jest testem prawostronnym, więc wniosek podobnie jak w przypadku testu Cramera-von Misesa:

dla α = 0,05; $U_{1\,kryt}^2 = 0{,}116 \rangle\ 0{,}0761 = U_1^2$

co oznacza, że błędy pomiarów charakteryzują się rozkładem normalnym, czyli że badany niwelator działa poprawnie.

Ze względu na fakt, że jeden test dał wynik negatywny, a dwa – pozytywne, przeprowadzono jeszcze jedno badanie wyników pracy niwelatorem, a mianowicie – na podstawie parametrów.

Policzono takie parametry jak:

- średnią $\bar{x}$,
- współczynnik asymetrii *S*,
- współczynnik spłaszczenia *e*.

Dla rozkładu normalnego wartości tych parametrów są równe zeru.

W celu podjęcia decyzji czy badany rozkład jest rozkładem normalnym należy obliczyć średnie błędy parametrów empirycznych.

Wzory na badane parametry:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \tag{5}$$

$$S = \frac{n}{(n-1)(n-2)}\cdot\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma}\right)^3 \tag{6}$$

$$e = \frac{n(n+1)}{(n-1)(n-2)(n-3)} \cdot \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_i - \overline{x}}{\sigma} \right)^4 \tag{7}$$

oraz na ich błędy średnie:

$$m_{\overline{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \tag{8}$$

$$m_S = \sqrt{\frac{6(n-1)}{(n+1)(n+3)}} \tag{9}$$

$$m_e = \sqrt{\frac{24n\,(n-2)\,(n-3)}{(n-1)^2\,(n+3)\,(n+5)}} \tag{10}$$

Jeżeli różnice pomiędzy wartościami empirycznymi a teoretycznymi rozkładu przekraczają dwukrotnie ich średnie błędy – oznacza to, że badany rozkład nie jest rozkładem normalnym [Ney B. 1970].

Dla podanego przykładu odpowiednie parametry oraz ich średnie błędy przyjmują wartości:

$$\overline{x} = -0{,}3771\,;$$
$$m_{\overline{x}} = \frac{1{,}7757}{\sqrt{35}} = \pm 0{,}3001$$
$$S = 0{,}2166\,;$$
$$m_S = \pm 0{,}3862$$
$$e = -0{,},3852\,;$$
$$m_e = \pm 0{,}7105$$

co potwierdza wnioski z kryteriów Cramera-von Meisesa i Watsona o normalności rozkładu błędów pomiarów wykonanych testowanym niwelatorem.

WNIOSKI

1. Test Kołmogorowa-Lilieforsa dał odpowiedź negatywną, a więc wynika z niego, że błędy pomiarowe nie charakteryzują się rozkładem normalnym.
2. Testy Cramera-von Meisesa oraz Watsona wykazały, że błędy te mają rozkład normalny.
3. Badanie parametrów rozkładu empirycznego, potwierdziło wyniki testów Cramera-von Meisesa i Watsona o normalności rozkładu błędów.

4. Z powyższych wynikałoby, że najostrzejszym z przeprowadzonych testów jest test Kołmogorowa-Lilieforsa, ale z całokształtu badań wynika jednak poprawność pomiarów wykonanych badanym niwelatorem.

5. Dla rozstrzygnięcia wątpliwości należałoby zwiększyć liczbę pomiarów, zwiększyć staranność ich wykonywania i ponownie przebadać wyniki testem Kołmogorowa-Lilieforsa.

BIBLIOGRAFIA

Greń J. *Modele i zadania statystyki matematycznej*. PWN, Warszawa 1970.

Kasietczuk B. *Analiza statystyczna geodezyjnej sieci testowej „Kortowo 2”*. Zesz. Nauk. AR-T, Olsztyn 1993.

Krysicki W. i in. *Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna w zadaniach*. Cz. II. Statystyka matematyczna. PWN, Warszawa 1986.

Lizończyk M. *Nominalna dokładność instrumentów pomiarowych a ich dokładność użytkowa, rozważania związane z lekturą normy PN/ISO 8322*. Przegląd Geodezyjny Nr 3, Warszawa 2000.

Ney B. *Kryteria zgodności rozkładów empirycznych z modelami*. Zesz. Nauk. PAN, Geodezja 7, Kraków 1970.

Pawłowski W. *Procedury ustalania dokładności użytkowej instrumentów pomiarowych według nowej Polskiej Normy PN/ISO 8322*. Przegląd Geodezyjny Nr 2. Warszawa 1997.

Piasek Z. *Geodezja budowlana dla inżynierii środowiska*. Zesz. Nauk. PK, Kraków 2000.

Dr hab. inż. Waldemar Krupiński, prof. UR
Katedra Geodezji
Uniwersytet Rolniczy w Krakowie
ul. Balicka 253a
30-198 Kraków
telefon: +4812 6624512

Dr inż. Klemens Godek
Katedra Geodezji
Uniwersytet Rolniczy w Krakowie
ul. Balicka 253a
30-198 Kraków
e-mail: rmgodek@cyf-ke.edu.pl
telefon: +4812 6624540

Recenzent: *Prof. dr hab. inż. Ryszard Hycner*