

Barbara Prus

**OCENA INFORMACJI PŁYNĄCYCH
Z RYNKÓW NIERUCHOMOŚCI ZA POMOCĄ
MODELI ANALIZY REGRESJI WIELOKROTNEJ**

***ASSESSMENT OF INFORMATION FROM REAL ESTATE
MARKETS WITH HELP OF MULTIPLE REGRESSION
ANALYSIS MODELS***

Streszczenie

Artykuł prezentuje przykład zastosowania do badania rynku nieruchomości gruntowych różnych modeli analizy regresji wielokrotnej wraz z oceną stopnia ich dopasowania do rzeczywistej sytuacji rynkowej w oparciu o analizę reszt z regresji. Badania przeprowadzone w oparciu o model liniowy, wykładniczy oraz logarytmiczny umożliwiły wykazanie wpływu zmiennych niezależnych na cenę nieruchomości gruntowych przeznaczonych pod zabudowę, położonych w jednej z małopolskich miejscowości. Otrzymane wyniki wskazują, iż model liniowy okazał się najbardziej optymalny ze względu na łatwość obliczeń oraz sposób interpretacji.

Słowa kluczowe: analiza regresji wielokrotnej, analiza reszt z regresji, rynek nieruchomości

Summary

The article presents an exemplary use of various multiple regression analysis models for the purposes of land market research as well as evaluates the degree to which they match the actual market situation, based on an analysis of regression residuals. The research of linear, logarithmic and exponential regression analysis models allowed the study of the effects of assumed variables on the price of the property earmarked for building in one of the village of Little Poland. Obtained results indicate that linear multiple regression analysis model proved to be most optimal because of its interpretation and calculation.

Key words: multiple regression analysis, regression residual analysis, real estate market

WPROWADZENIE

W rozpoznaniu oraz badaniu występujących na rynku nieruchomości zależności o charakterze przyczynowo-skutkowym mogą być pomocne narzędzia statystyczne. Statystyka służy do analiz ilościowych. Oznacza to przede wszystkim, że procesy i zjawiska zostają zredukowane do wielkości liczbowych. Większość zjawisk kreowanych przez procesy gospodarowania nieruchomościami jest ze sobą skorelowana. Siła tego związku może być poznana poprzez analizy statystyczne. Jednym z dostępnych narzędzi wykorzystywanych do tego typu analiz jest metoda regresji wielokrotnej [Czaja 2001; Hozer i in. 2002; Chumek, Iwaszkiewicz 2003]. Cechą regresji wielokrotnej, wpływającą na jej zastosowanie do analiz statystycznych na potrzeby gospodarki nieruchomościami, jest możliwość wykrywania zależności pomiędzy obserwowanymi zjawiskami, badanie siły tych zależności oraz przewidywanie zjawisk na podstawie obserwacji wielkości innych zjawisk. Warunkiem stosowania modelu regresji nie musi być wstępne stwierdzenie faktu istnienia jakiegokolwiek zależności między zmiennymi, natomiast jednym z celów skonstruowania takiego modelu może być chęć sprawdzenia czy taka zależność ma miejsce. Odpowiedni model regresji ma zastosowanie pod warunkiem, że z określonego rynku nieruchomości można uzyskać wystarczającą liczbę danych, aby uzyskać określony poziom istotności modelu. Wśród warunków możliwości zastosowania modelu regresji wielokrotnej wymieniane są m.in. istnienie odpowiedniej teorii specyfikacji zbioru istotnych zmiennych objaśniających, warunek ich mierzalności, wysokiej zmienności oraz występowania silnej zależności pomiędzy zmiennymi objaśniającymi a zmienną objaśnianą, przy braku powiązań wzajemnych pomiędzy zmiennymi objaśniającymi [Hozer 2003].

Rozważając problem wpływu wybranych czynników na uzyskany wynik obserwacji, można pogrupować informacje na przyczynowe (niezależne czyli tzw. czynniki) oraz wynikowe. Techniki statystyczne zwane analizą regresji pozwalają uzyskać odpowiedź na pytanie jaki jest wpływ zmiennych niezależnych na przebieg zjawisk. Regresja jest więc ilościowym opisem zależności zjawisk od pewnych zmiennych niezależnych [Zieliński 1998].

Złożoność zjawisk powoduje, że bardzo często obserwuje się nie jedną lecz kilka cech i ich oddziaływanie na zmienną objaśnianą [Hozer 2001]. Modele regresji, z punktu widzenia postaci funkcyjnej, można pogrupować na modele liniowe i nieliniowe. Modele liniowe znajdują powszechne zastosowanie ze względu na dogodną interpretację wyników [Czaja 1999]. Jednym ze sposobów wyboru optymalnego zbioru zmiennych objaśniających jest regresja krokowa wsteczna. Metoda ta zakłada kolejne usuwanie z modelu zbudowanego początkowo ze wszystkich potencjalnych zmiennych tych spośród nich, które w danym kroku mają najmniej istotny wpływ na zmienną zależną. Ważność zmiennej ocenia odpowiednia statystyka, natomiast proces kończy się w momencie otrzymania optymalnego zestawu zmiennych niezależnych. W celu uzyskania poprawnego modelu należy po estymacji i weryfikacji parametrów przeanalizo-

wać otrzymane wartości resztowe [Zajac 1994; Luszniwicz, Słaby 1996; Józwiak, Podgórski 2000; Stanisiz 2007].

MATERIAŁ I METODY

Próba badawcza zestawu wyjściowego sporządzonego w celu przeprowadzenia analiz statystycznych obejmowała zbiór 108 transakcji kupna – sprzedaży z lat 2003–2006, odnotowanych w małopolskiej gminie wiejskiej, a odnoszących się do działek gruntowych dla nieruchomości przeznaczonych w miejscowym planie zagospodarowania przestrzennego na cele zabudowy. Dla potrzeb analiz zbiór cen uzupełniono o atrybuty nieruchomości [Cellmer 1999; Czaja 2001; Żróbek R., Żróbek S. 1993], które zgodnie z przyjętymi zasadami przetransformowano do postaci zmiennych o charakterze ilościowym [Stanisiz 2007].

Tabela 1. Zestaw zmiennych przyjętych do analizy
Table 1. Set of variables used in the analysis

numer zmiennej	nazwa zmiennej	jednostki	sposób kodowania, opis zmiennych
Y	cena	zł/m ²	
X ₁	lokalizacja ogólna		X ₁ ' 1 - jedn. osadnicza elementarna 0 - inna niż elementarna X ₁ " 1 - jedn. osadnicza podstawowa 0 - inna niż podstawowa
X ₂	data transakcji	miesiące	styczeń 2003r. - 1 grudzień 2006 - 46
X ₃	powierzchnia nieruchomości	m ²	
X ₄	współczynnik bonitacji		wartości z przedziału (8;1)
X ₅	rzeźba terenu		dla gruntów rolnych: 1 - korzystna dla rolnictwa 0 - niekorzystna dla rolnictwa dla terenów budowlanych: 1 - korzystna dla budownictwa 0 - niekorzystna dla budownictwa
X ₆	dojazd		X ₆ ' 1 - dojazd dwustronny 0 - w innym przypadku X ₆ " 1 - dojazd jednostronny 0 - w innym przypadku
X ₇	dostęp		1 - droga o znaczeniu ponad lokalnym 0 - droga o znaczeniu lokalnym
X ₈	odległość od centrum	km	
X ₉	odległość od lasu	km	
X ₁₀	przeznaczenie w MPZP		dla nieruchomości gruntowych rolnych: 1 - dla GO (RP) 0 - dla UZ (RZ) dla terenów budowlanych: X ₁₀ ' 1 - grunt o przeznaczeniu MU, MNU 0 - w innym przypadku (MN, RM) X ₁₀ " 1 - grunt o przeznaczeniu RM 0 - w innym przypadku (MN, MU, MNU)
X ₁₁	odległość od nabywcy	km	
X ₁₂	uciążliwości naturalne		1 - występuje uciążliwość 0 - brak uciążliwości
X ₁₃	uciążliwości antropogeniczne		wartości z przedziału (0;1)
X ₁₄	współczynnik kształtu		wartości > 0
X ₁₅	współczynnik wydłużenia		wartości > 0
X ₁₆	uzbrojenie eNN		
X ₁₇	uzbrojenie gaz		
X ₁₈	uzbrojenie telefon		1 - występuje przyłącze 0 - brak przyłącza
X ₁₉	uzbrojenie wodociąg		
X ₂₀	uzbrojenie kanalizacja		
X ₂₁	wysokość n.p.m.	m	

Źródło: opracowanie własne

Otrzymaną próbę badawczą poddano wstępnym analizom statystycznym, a kolejno wprowadzono do modeli regresji wielokrotnej badając za każdym razem istotność otrzymanego równania regresji oraz stopień jego dopasowania. Dla każdego z modeli przeprowadzono dodatkowo analizę reszt z regresji pomagającą ustalić czy na otrzymany wynik nie miały wpływu przypadki odstające. Analizy statystyczne zostały przeprowadzone w pakiecie STATISTICA.7.1 PL.

WYNIKI I DYSKUSJA

Analizując rozkład zmiennej zależnej y opisującej ceny nieruchomości gruntowych próby badawczej wyjściowego zestawu przyjętego do analiz statystycznych (tab. 2), można wnioskować że odnotowane ceny cechuje wysoka wartość wariancji oraz współczynnika zmienności, co przemawia za dużym ich zróżnicowaniem.

Tabela 2. Charakterystyki opisowe zmiennej Y
Table 2. Definitions of Y variable

N	\bar{X}	mediana	V [%]	x_{\min}	x_{\max}	σ^2	σ	skośność	kurtoza
108	5,76	4,88	59,06	1,50	23,71	11,6036	3,4064	2,1763	7,2934

Źródło: opracowanie własne w oparciu o program STATISTICA 7.1.

Średnia odnotowana cena wynosiła 5,76 zł/m². Otrzymana wartość średnia nie różni się istotnie od mediany, co może oznaczać, że badany zbiór cen jest stosunkowo jednorodny. Obliczona wartość skośności (wyższa od zera) sugeruje prawostronną asymetrię rozkładu, co oznacza przewagę cen ze względnie mniejszą wartością. Wysoka, dodatnia wartość kurtozy wskazuje na spiczastość rozkładu. Przystępując do wstępnych analiz wyjściowego zestawu zmiennych, w celu poznania siły i kierunku związku pomiędzy cechami (przy założeniu ich liniowej zależności) obliczono współczynniki korelacji Pearsona zestawiając je w macierz współczynników (tab. 3).

Po przeprowadzeniu wstępnych analiz wartości zmiennych objaśniających (x_1 do x_{21}) wprowadzono do równania ogólnego regresji wielokrotnej, przy założonym poziomie istotności $\alpha = 0,05$. Metoda regresji krokowej posługując się analizą wariancji w regresji pozwala na wybór istotnych statystycznie zmiennych, a więc tych których wpływ na badaną zmienną objaśnianą jest najmocniejszy. Ocenę istotności uzyskanych współczynników regresji dokonano na podstawie testu F.

Tabela 3. Macierz współczynników korelacji Pearsona dla zmiennych przyjętych do badań
Table 3. Matrix of Pearson's correlation coefficients for assumed variables

y_1	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}	x_{19}	x_{20}	x_{21}	
1,0																						
0,234	1,0																					
0,027	0,111	1,0																				
0,280	-0,106	0,115	1,0																			
0,211	0,174	0,012	-0,186	1,0																		
0,083	0,060	0,035	0,062	0,117	1,0																	
0,087	0,077	0,065	0,117	0,019	0,157	1,0																
0,336	-0,186	-0,175	-0,098	0,328	0,137	-0,007	1,0															
-0,288	0,232	-0,055	-0,024	0,051	0,040	-0,032	-0,291	1,0														
0,205	-0,028	-0,296	-0,165	0,057	0,038	-0,124	0,118	-0,299	1,0													
-0,313	-0,077	-0,063	0,292	-0,118	-0,157	0,117	0,007	0,037	-0,260	1,0												
-0,162	-0,174	0,198	0,076	-0,001	0,058	-0,410	-0,049	0,138	-0,192	-0,078	1,0											
0,357	0,256	-0,010	0,204	-0,100	0,061	-0,157	-0,309	0,043	-0,094	0,058	0,157	1,0										
0,279	-0,182	0,042	0,111	0,286	0,090	-0,066	0,314	-0,282	-0,087	-0,044	-0,069	-0,079	1,0									
0,097	0,018	0,015	-0,415	0,007	-0,019	0,032	-0,106	0,209	-0,149	-0,182	0,158	-0,146	-0,254	1,0								
-0,163	0,187	0,148	0,105	0,118	0,060	-0,002	0,039	0,002	-0,017	0,035	-0,032	-0,028	0,079	-0,069	1,0							
0,299	-0,147	0,041	0,087	0,172	0,045	-0,063	0,220	-0,197	-0,045	-0,054	-0,110	-0,035	0,639	-0,383	0,017	1,0						
0,355	-0,150	0,062	-0,127	0,175	0,025	-0,024	0,009	-0,113	-0,121	0,024	0,062	0,036	0,189	-0,006	-0,074	0,446	1,0					
0,459	-0,163	-0,028	0,016	0,087	0,028	0,002	0,201	-0,302	0,055	-0,089	-0,020	0,010	0,353	-0,270	-0,124	0,606	0,591	1,0				
0,080	-0,060	0,130	-0,006	0,002	0,010	-0,157	-0,137	0,167	-0,049	-0,064	0,103	0,165	-0,050	-0,089	-0,011	0,222	0,398	-0,028	1,0			
0,540	-0,085	0,025	-0,104	0,208	0,014	0,091	0,105	-0,191	-0,046	-0,091	-0,054	-0,087	0,286	0,072	-0,072	0,316	0,565	0,521	-0,014	1,0		
0,241	-0,263	0,164	0,094	0,226	0,054	0,196	-0,199	0,112	-0,261	0,093	-0,012	0,055	-0,132	0,180	-0,015	-0,276	-0,068	-0,346	0,027	-0,207	1,0	

Źródło: opracowanie własne na podstawie STATISTICA 7.1. Współczynniki oznaczone kolorem czerwonym są istotne na poziomie $\alpha = 0,05$

MODEL LINIOWY

Do badań (w pierwszej kolejności) wybrano liniową funkcję analizy regresji w postaci:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_n x_n \quad (1.0)$$

Metoda analizy regresji wielokrotnej krokowej wstecznej polega na zbudowaniu modelu pełnego tzn. z uwzględnieniem wszystkich możliwych zmiennych. Weryfikując przy pomocy statystyki F istotność każdej ze zmiennych usuwane są kolejno zmienne nieistotne.

Statystyka F, która posłużyła do weryfikacji hipotezy istotności całego modelu weryfikuje hipotezę, że wszystkie współczynniki równania regresji są jednocześnie równe zero:

$$H_0: \beta_j = 0 \text{ dla } j=0,1,2, \dots, k \quad (1.2)$$

$$H_A: \text{istnieje } j \text{ takie że } \beta_j \neq 0 \quad (1.3)$$

Hipoteza zerowa mówi, że żadna j -ta zmienna niezależna w modelu nie ma istotnego wpływu na zmienną zależną. Hipoteza alternatywna oznacza, że istnieje co najmniej jedna zmienna istotnie związana ze zmienną Y . W regresji wielorakiej wartość p dla testu t-Studenta jest analizowana wówczas, gdy zostanie odrzucona hipoteza zerowa w teście globalnym F . Postępowanie to chroni przed zaakceptowaniem istotności niektórych współczynników w sytuacji, gdy równanie regresji nie wyjaśnia w sposób statystycznie istotny zmienności zmiennej niezależnej. W analizowanym przykładzie dotyczącym nieruchomości gruntowych przeznaczonych pod zabudowę hipotezę zerową odrzucamy na założonym poziomie istotności na korzyść hipotezy alternatywnej.

Zastosowana na wyjściowym zestawie zmiennych procedura regresji krokowej wstecznej pozwoliła na zbudowanie adekwatnego modelu po 16 krokach. Pobieźna ocena wyników pozwoliła stwierdzić istotność ośmiu wprowadzonych do analiz zmiennych przy odrzuconych szesnastu zmiennych. Istotnym okazał się również wyraz wolny. Otrzymano następujące równanie regresji:

$$Y = 9,12 - 1,19x_1 + 0,73x_{10} - 3,34x_{11} - 2,70x_{13} + 1,68x_{18} + 7,08x_{20} \pm 1,36 \quad (1.4)$$

(0,88) (0,45) (0,83) (0,85) (0,33) (0,66) (1,53)

$R^2 = 0,70$

Otrzymane równanie regresji pokazało, że istotny wpływ na ceny nieruchomości gruntowych budowlanych miało kilka czynników, co nasuwa wniosek o złożoności problemu określania wpływu czynników na uzyskiwane ceny transakcyjne. Wartość współczynnika determinacji wyniosła $R^2 = 70$, co oznacza, że 70% ogólnej zmienności cen nieruchomości gruntowych budowlanych

jest wyjaśnione przez zastosowany liniowy model regresji wielokrotnej. Z analizy wariancji wynika następujący przedział całkowitej zmienności (545,69): zmienność wyjaśniona modelem regresji – 382,09, tj. ok. 70%, zmienność resztowa – 163,40. Po dopasowaniu równania regresji na podstawie próby przeanalizowano wartości przewidywane oraz wartości reszt. W analizie regresji ważne jest, aby model nie był nadmiernie uwarunkowany przez pojedyncze obserwacje o wartościach mocno różniących się od typowych dla próby. W przypadku cen nieruchomości gruntowych budowlanych odrzucono sześć przypadków odstających, które charakteryzowały się wysokimi resztami, znacznymi odległościami Cooka oraz dużymi odległościami Mahalanobisa [Stanisz 2007]. Jak pokazały kolejne analizy, usuwanie przypadków odstających powodowało poprawę dopasowania liniowego modelu regresji. Po zbadaniu normalności rozkładu testem Shapiro-Wilka otrzymano $p > \alpha$. Przyjęto zatem hipotezę o zgodności rozkładu reszt z rozkładem normalnym. Wartość testu Durбина-Watsona $d = 1,69$ pozwoliła na wnioskowanie o braku autokorelacji reszt. Założenie równości wariancji (homoscedastyczności) sprawdzono przywołując wykres rozrzutu reszt surowych w zależności od surowych wartości przewidywanych. Otrzymana „chmura punktów” bez wyraźnej tendencji wzrostowej lub spadkowej wariancji reszt przy wzroście wartości przewidywanej reszt pozwala przyjąć założenie o stałości wariancji składnika losowego. Reasumując, można stwierdzić, że prognostyczna wartość liniowego modelu regresji wielokrotnej, utworzonego w celu opisu zależności zmiennych opisujących wpływ wybranych czynników na ceny nieruchomości gruntowych przeznaczonych pod zabudowę jest dosyć wysoka (dobre dopasowanie) oraz statystycznie wysoce istotna.

MODEL LOGARYTMICZNY

W celu odnalezienia statycznie istotniejszego oraz lepiej dopasowanego modelu regresji zmienną zależną Y wprowadzono do postaci logarytmicznej równania regresji wielokrotnej:

$$\ln Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_n x_n \quad (1.5)$$

W wyniku dokonanych obliczeń (po przeprowadzeniu analizy reszt i usunięciu przypadków odstających charakteryzujących się dużymi wartościami resztowymi, wysokimi wartościami odległości Cooka oraz Mahalanobisa) otrzymano model o dopasowaniu $R^2=0.76$ przedstawiający statystycznie istotny logarytmiczny wpływ dwunastu cech opisujących nieruchomości gruntowe przeznaczone pod zabudowę.

Tabela 4. Współczynniki logarytmicznego równania regresji wraz ze standardowymi błędami ocen parametrów ($R^2 = 0,76$)

Table 4. Coefficients of logarithmic regression equation with standard errors in parameter evaluations ($R^2 = 0,76$)

	B	błąd standardowy
wyraz wolny	3,233	0,352
x_2	0,271	0,073
x_3	0,438	0,082
x_4	0,008	0,002
x_5	0,406	0,129
x_9	0,301	0,117
x_{12}	0,129	0,058
x_{13}	0,408	0,110
x_{14}	0,552	0,114
x_{15}	0,002	0,001
x_{16}	0,569	0,062
x_{19}	0,040	0,001
x_{25}	0,004	0,001

Źródło: opracowanie własne w oparciu o program STATISTICA 7.1.

Obliczone zmienne wyjaśniają ok. 76% zmienności przyjętego modelu logarytmicznego funkcji regresji (tab. 4). Wartości statystyki t-Studenta prowadzą, na poziomie istotności $\alpha = p$, do odrzucenia hipotezy o braku wpływu poszczególnych zmiennych na ceny rynkowe nieruchomości przeznaczonych pod zabudowę. Obliczony błąd standardowy estymacji (0,245) odpowiadający ocenie wielkości losowych odchyłeń modelu jest interpretowany jako przeciętne odchylenie wagi obserwowanej w próbie od wagi teoretycznej tj. wyznaczonej z modelu. Analiza wariancji wykazała, że wartość testu F jest istotna, czyli można odrzucić, na założonym poziomie istotności, hipotezę o braku dopasowania. Analiza reszt przeprowadzona dla logarytmicznego modelu regresji wykazała, że wśród obserwacji znalazły się trzy przypadki odstające. Po zbadaniu normalności rozkładu testem Shapiro-Wilka otrzymano $p > \alpha$, co oznacza, że należy przyjąć hipotezę o zgodności rozkładu reszt z rozkładem normalnym. Wartość testu Durбина-Watsona dla nieruchomości przeznaczonych pod zabudowę $d = 1,57$ pozwala na wnioskowanie o braku autokorelacji reszt. Wykres rozrzutu reszt surowych nie wskazał na wyraźną tendencję wzrostową lub spadkową wariancji reszt przy wzroście wartości przewidywanej reszt. Można zatem przyjąć, że założenie homoscedastyczności jest spełnione. Progностyczna wartość logarytmicznego modelu regresji wielokrotnej utworzonego dla nieruchomości gruntowych przeznaczonych pod zabudowę charakteryzuje się dobrym dopasowaniem, zaś wybrane do modelu zmienne są istotne statystycznie.

MODEL POTĘGOWY

Wyjściowy zestaw zmiennych został kolejno wprowadzony do modelu potęgowego postaci:

$$\sqrt{Y} = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_n x_n \quad (1.6)$$

Otrzymano model o dopasowaniu $R^2=0,67$. Obliczone równanie regresji przedstawia statystycznie istotny wpływ o charakterze potęgowym sześciu cech opisujących nieruchomości gruntowe przeznaczone pod zabudowę na uzyskiwane przez nie ceny rynkowe. Wstępna ocena wyników pozwala wnioskować o istotności obliczonego wyrazu wolnego.

$$\sqrt{Y} = 2,730 - 0,404x_2 - 0,368x_3 + 0,169x_{12} - 0,246x_{14} - 0,645x_{16} - 0,554x_{22} \pm 0,320 \quad (1.7)$$

(0,094) (0,098) (0,116) (0,070) (0,074) (0,077) (0,122)

$$R^2 = 0,67$$

Przeprowadzony test t-Studenta prowadzi na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ do odrzucenia hipotezy o braku wpływu poszczególnych zmiennych na ceny rynkowe nieruchomości przeznaczonych pod zabudowę. Analiza reszt doprowadziła do usunięcia 3 przypadków odstających. Po zbadaniu normalności rozkładu testem Shapiro-Wilka otrzymano $p > \alpha$ co pozwala na przyjęcie hipotezy o zgodności rozkładu reszt z rozkładem normalnym. Wartość testu Durбина-Watsona $d = 1,63$ pozwala na wnioskowanie o braku autokorelacji reszt. Wykres rozrzutu reszt surowych względem wartości przewidywanych pozwala przyjąć, że założenie stałości wariancji składnika resztowego jest spełnione. Podobnie jak w przypadku modeli liniowego i logarytmicznego tak i w przypadku modelu wykładniczego dla badanego zestawu zmiennych utworzonego dla nieruchomości gruntowych przeznaczonych pod zabudowę równanie regresji wykazuje dobre dopasowanie. Przeprowadzone obliczenia pozwalają stwierdzić, że wybrane do modelu zmienne są statystycznie istotne. Przy czym należy pamiętać, iż oceny parametrów modelu mierzą tylko wpływ zmiennych mierzalnych [Hozer i in. 2002].

WNIOSKI

Dokonując analizy regresji wielokrotnej, zastosowano model liniowy, logarytmiczny oraz wykładniczy. Nie odnaleziono jednak funkcji istotniejszej statystycznie od funkcji liniowej. Minimalnie lepsze wyniki dopasowania modelu logarytmicznego wiążą się z wprowadzeniem do równania regresji aż dwunastu zmiennych. Model wykładniczy wykazał gorsze dopasowanie od modelu liniowego oraz logarytmicznego przy wprowadzonych do modelu sześciu zmiennych (tab. 5).

Tabela 5. Porównanie zastosowanych modeli analizy regresji wielokrotnej
Table 5. Comparison of assumed multiple regression analysis models

	Model liniowy	Model logarytmiczny	Model wykładniczy
Stopień dopasowania modelu (R^2)	0,70	0,76	0,67
Liczba zmiennych wprowadzonych do modelu	6	12	6
Liczba przypadków odstających	6	3	3

Źródło: opracowanie własne w oparciu o program STATISTICA 7.1.

Przeprowadzone analizy pozwalają stwierdzić, iż optymalny do badań wyjściowego zestawu zmiennych opisujących nieruchomości gruntowe przeznaczone pod zabudowę okazał się model liniowy ze względu na otrzymane dopasowanie oraz łatwość obliczeń. Podjęta próba analizy statystycznej rynku nieruchomości gruntowych pozwala wnioskować, iż na ceny rynkowe nieruchomości gruntowych mają wpływ liczne czynniki, a ich wpływ nie zawsze jest liniowy.

BIBLIOGRAFIA

- Cellmer R. *Zasady i metody analizy elementów składowych rynku nieruchomości*. Wyd. Educaterra. Olsztyn 1999.
- Czaja J. *Podejście porównawcze wyceny nieruchomości w aspekcie standardów*. Rzeczoznawca Majątkowy nr 4/1999, 1999.
- Czaja J. *Metody szacowania wartości rynkowej i katastralnej nieruchomości*. AGH. Kraków 2001.
- Chumek M., Iwaszkiewicz A. *Praktyczne wykorzystanie metod statystyki matematycznej w wycenie nieruchomości*. XII Krajowa Konferencja Rzeczoznawców Majątkowych. Kierunki rozwoju w teorii i praktyce wyceny. Koszalin 2003.
- Hozer J., *Regresja wieloraka a wycena nieruchomości*. Rzeczoznawca Majątkowy 2/2001 (29), 2001, s. 13–14.
- Hozer J. *Zastosowanie ekonometrii w wycenie nieruchomości*. XII Krajowa Konferencja Rzeczoznawców Majątkowych. Kierunki rozwoju w teorii i praktyce wyceny. Koszalin 2003.
- Hozer J., Kokot S., Kuźmiński W. *Metody analizy statystycznej rynku w wycenie nieruchomości*. PFSRM. Warszawa 2002.
- Hozer J., Kuźmiński W., Hozer M. *Mierzenie niemierzalnego w wycenie nieruchomości*. Rzeczoznawca Majątkowy 1/2002, 2002, s.17–19.
- Jóźwiak J., Podgórski J. *Statystyka od podstaw*. PWE. Warszawa 2000.
- Luszniewicz A., Słaby T. *Statystyka stosowana*. PWE. Warszawa 1996.
- Stanisz A. *Przystępny kurs statystyki z zastosowaniem STATISTICA PL na przykładach z medycyny*. Modele liniowe i nieliniowe. StatSoft. Kraków 2007, t. 2.

- Wiśniewski R. *Prognozowanie – element teorii i praktyki wyceny nieruchomości* [w:] Krajowa Konferencja Rzecznawców Majątkowych. Kierunki rozwoju w teorii i praktyce wyceny. Koszalin 2003. s. 202–212.
- Zajac K. *Zarys metod statystycznych*. PWE. Warszawa 1994.
- Zieliński W. *Analiza regresji*. Fundacja Rozwój SGGW. Warszawa 1998.
- Żróbek Z. Żróbek S. *Zastosowanie regresji wielokrotnej w szacowaniu nieruchomości*. Acta Academiae Agriculturae Ac Technicae Olstenensis. Geodaesia et Ruris Regulatio. Olsztyn 1993, nr 24, s. 37–47.

Barbara Prus
Uniwersytet Rolniczy w Krakowie

Recenzent: *Prof. dr hab. Ryszard Żróbek*