

Bogusław Przedwojski

MORFOLOGIA KORYT RZECZNYCH, POMIARY, MODELOWANIE I PROGNOZOWANIE PROCESÓW RZECZNYCH

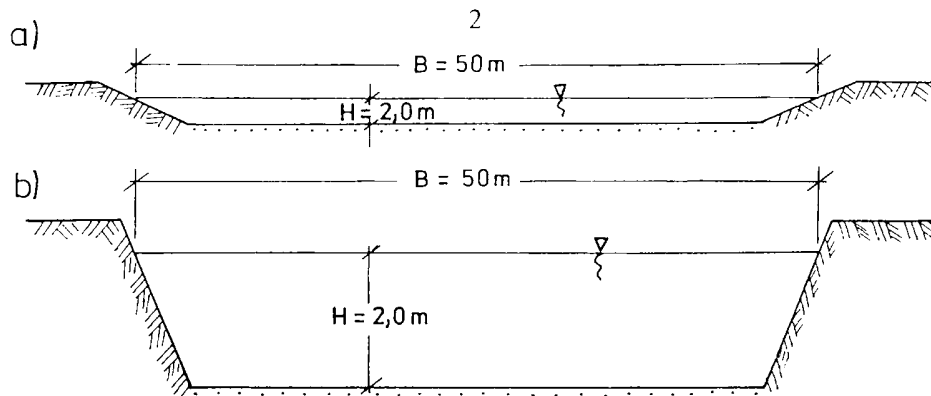
Streszczenie

Celem niniejszej pracy jest analiza stabilności przepływu w korycie prostoliniowym, przeprowadzona na podstawie dwuwymiarowego w planie modelu ustalonego, niejednostajnego ruchu wody i rumowiska w korycie z dnem rozmywalnym. W pracy przedstawiono porównanie topografii dna obliczonej na modelu matematycznym z wynikami pomiarów w naturalnym korycie rzeki Warty. Ponadto określono równanie opisujące naturalną krzywiznę zakoli rzecznych oraz opisano metody obliczania minimalnego promienia krzywizny na wierzchołku łuku oraz optymalnej długości łuku. Wymienione wyżej metody obliczania topografii dna i wyznaczania parametrów koryta w układzie poziomym rzeki wynikają z analitycznego rozwiązania dwuwymiarowego w planie modelu matematycznego, opisującego ruch wody i rumowiska w krzywoliniowych korytach naturalnych.

Słowa kluczowe: hydraulika rzek, ruch rumowiska, modelowanie matematyczne, topografia dna koryta rzeczno

WSTĘP

W naturalnych korytach rzecznych występuje tzw. „przepływ płytki”, tzn. taki ruch wody, w którym głębokość jest znacznie mniejsza od szerokości koryta (rys. 1a). W praktyce inżynierskiej oraz w różnych publikacjach przekroje te przedstawia się w skali skażonej (rys. 1b), co powoduje ich wyraźne zniekształcenie.



Rysunek 1. Przekrój poprzeczny koryta: a) w skali nieskażonej, 1:500,
b) w skali skażonej 1:100/500
Figure 1. Channel cross-section: a) undistorted scale 1:500;
b) distorted scale 1:100/500

Celem niniejszej pracy jest analiza stabilności przepływu w korycie prostoliniowym, przeprowadzona na podstawie dwuwymiarowego w planie modelu ustalonego, niejednostajnego ruchu wody i rumowiska w korycie z dnem rozmywalnym. W pracy przedstawiono porównanie topografii dna obliczonej na modelu matematycznym z wynikami pomiarów w naturalnym korycie rzeki Warty. Ponadto określono równanie opisujące naturalną krzywiznę zakoli rzecznych oraz opisano metody obliczania minimalnego promienia krzywizny na wierzchołku łuku oraz optymalnej długości łuku.

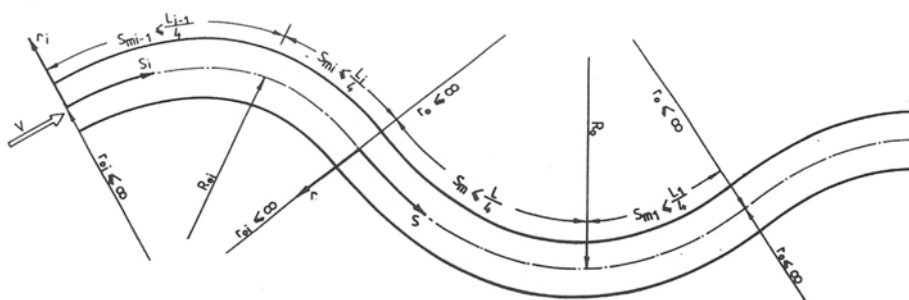
MATEMATYCZNA SYMULACJA RUCHU WODY I RUMOWISKA W KORYTACH RZECZNYCH

Założenia podstawowe. Kształt osi geometrycznej zakoli rzecznych, w krzywoliniowym układzie współrzędnych można aproksymować równaniem (rys. 2):

$$\frac{l}{r} = \frac{l}{R_0} \cos(l_0 s_l) \quad (1)$$

$$l_0 = \frac{2 \Pi}{L} ; \quad s_l = s - s_m \quad (1a)$$

gdzie: R_0 – minimalny promień krzywizny na wierzchołku zakola, L – długość zakola, s_m – odległość od przekroju wejściowego do wierzchołka zakola. Z rysunku 2 wynika, że jeśli $s = s_m = L/4$, wtedy: $\cos [(2\Pi/L)s_m] = \cos (\Pi/2) = 0$, a promień krzywizny w przekroju przejściowym (w odległości s_m od wierzchołka zakola) $r = \infty$.



Rysunek 2. Schemat układu poziomego koryta złożonego z zakoli o zmiennej krzywiznie
Figure 2. Plan view of a river reach

W niniejszym rozdziale rozpatruje się dwuwymiarowy w planie, ustalony ruch wody i ustalony transport rumowiska w korytach krzywoliniowych. Matematyczny opis przepływu stanowi układ równań ruchu wody oraz układ równań ruchu rumowiska. Wymienione równania przedstawione są w ortogonalnym układzie współrzędnych krzywoliniowych (rys. 2 i 3). Przy rozwiązywaniu ww. równań przyjęto następujące założenia:

- model opisuje przepływ ustalony w zakolach rzeki swobodnie płynącej,
- minimalna krzywizna zakoli $R_0 > 3(2.5) B$,
- szerokość koryta B jest znacznie większa od głębokości przepływu h , tj. $B \gg h$,
- dno koryta ma stałą szerokość i zbudowane jest z materiałów rozmywalnych,
- brzozy koryta są umocnione budowlami podłużnymi; przy zabudowie poprzecznej (za pomocą ostróg) model nie uwzględnia rozmyć lokalnych, powstających przy głowicach ostróg,
- w korycie dominuje ruch rumowiska wleczonego,
- pomija się wpływ form dennych na deformację dna, w tym sensie model opisuje „uśredniony” układ dna,
- pomija się proces tzw. „brukowania dna”.

Równania ruchu wody. Do opisu przepływu w płaskim, szerokim korycie rzek nizinnych, złożonych z zakoli o łagodnej krzywiznie ($R_0 \geq 3B$) przyjmuje się zwykle dwuwymiarowy w planie model przepływu, w którym charakterystyki hydrauliczne wyrażone są przez ich wartości średnie w pionie strumienia.

Przy założeniu, że naprężenia ścinające na dnie koryta opisane są formułą Darcy-Weisbacha, równania ruchu wody w ortogonalnym układzie współrzędnych krzywoliniowych przyjmują postać [Przedwojski 1988]:

$$V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + U_s \frac{\partial V_r}{\partial s} - \frac{U_s^2}{r} = - \frac{\partial (g z_w)}{\partial r} - \frac{f}{2} \frac{V_r}{Y} [U_s^2 + V_r^2]^{1/2} \quad (2a)$$

$$V_r \frac{\partial U_s}{\partial r} + U_s \frac{\partial U_s}{\partial s} + \frac{V_r U_s}{r} = - \frac{\partial (g z_w)}{\partial s} - \frac{f}{2} \frac{U_s}{Y} [U_s^2 + V_r^2]^{1/2} \quad (2b)$$

a równanie ciągłości:

$$\frac{\partial (U_s Y)}{\partial s} + \frac{\partial (V_r Y)}{\partial r} = 0 \quad (3)$$

gdzie: f – współczynnik oporów Darcy-Weisbacha, określony formułą:

$$f = 2 \frac{u_{*0}^2}{U^2} \quad (4)$$

oraz: Y – zmienna głębokość lokalna, V_r , U_s – uśrednione w pionie strumienia prędkości w kierunku radialnym i podłużnym, z_w – poziom zwierciadła wody, jak pokazano to na rysunku 3, $U = Q/A$ – średnia prędkość w przekroju poprzecznym, Q – natężenie przepływu, A – średnia na długości zakola powierzchnia przekroju poprzecznego, $u_{*0} = (ghI_0)^{1/2}$ – prędkość dynamiczna w osi koryta, $h = (A/B_0)$ – głębokość średnia przepływu na długości zakola, $B_0 = 2 n_0$ – szerokość na poziomie dna koryta, I_0 – spadek podłużny w osi koryta.

Wartości średnie parametrów hydraulicznych przepływu w zakolu Q , A , U , h odnoszą się do środkowej części przekroju poprzecznego o szerokości B_0 (rys. 3). Szukane wartości są funkcjami zmiennych r i s tj. $Y = Y(r,s)$; $V_r = V_r(r,s)$; $U_s = U_s(r,s)$; $z_w = z_w(r,s)$. Równania (2÷3) w układzie współrzędnych prostokątnych x , y , gdzie współrzędna x jest skierowana z biegiem rzeki, a współrzędna y jest normalną, przyjmują postać:

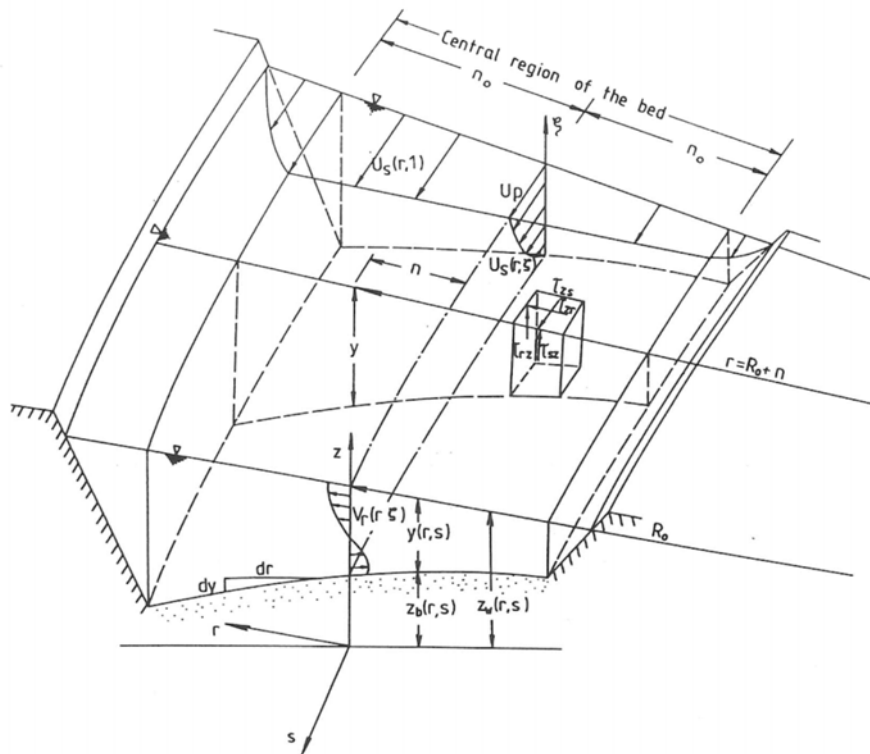
$$V \frac{\partial V}{\partial y} + U \frac{\partial V}{\partial x} = - \frac{\partial (g z_w)}{\partial y} - \frac{f}{2} \frac{V}{Y} [U^2 + V^2]^{1/2} \quad (5)$$

$$V \frac{\partial U}{\partial y} + U \frac{\partial U}{\partial x} = - \frac{\partial (g z_w)}{\partial x} - \frac{f}{2} \frac{U}{Y} [U^2 + V^2]^{1/2} \quad (6)$$

i równanie ciągłości:

$$\frac{\partial (U Y)}{\partial x} + \frac{\partial (V Y)}{\partial y} = 0 \quad (7)$$

gdzie: $U; V$ – uśrednione w pionie prędkości w kierunku podłużnym x i poprzecznym y .



Rysunek 3. Schemat przepływu w zakolu
Figure 3. Definition sketch for flow in bend

Ruch rumowiska w korycie krzywoliniowym. Jako uzupełnienie układu równań dwuwymiarowego w planie modelu przepływu, przyjmuje się model ruchu rumowiska zaproponowany przez

Engelunda [1974]. W modelu tym ruch rumowiska, w ortogonalnym układzie współrzędnych krzywoliniowych, opisany jest następującymi równaniami:

$$s_s = s_b \left[\frac{U_s}{U} \right]^b \quad (8)$$

$$s_r = s_s \left[\frac{V_r}{U_s} - \alpha_1 \frac{Y}{r} - \alpha_2 \frac{Y}{r_i} + \frac{\partial Y}{\partial r} \right] \quad (9)$$

oraz równanie ciągłości ruchu rumowiska:

$$\frac{\partial s_s}{\partial s} + \frac{\partial s_r}{\partial r} + \frac{s_r}{r_0 + n} = 0 \quad (10)$$

s_b – średnia w przekroju poprzecznym wartość jednostkowego transportu rumowiska wleczonego odpowiadająca prędkości U ; s_s , s_r – jednostkowy transport rumowiska w kierunku podłużnym i radialnym, α_1 , α_2 – funkcje zmiennej s , (załącznik 1), r – promień krzywizny geometrycznej badanego zakola, r_i – promień krzywizny geometrycznej zakola położonego powyżej zakola badanego. W układzie współrzędnych prostokątnych x i y , przy $r = \infty$ i $r_i = \infty$, równania ruchu rumowiska (8)÷(10) przyjmują postać:

$$s_x = s_b \left[\frac{U_x}{U} \right]^b \quad (11)$$

$$s_y = s_x \left[\frac{V_y}{U_x} + \frac{\partial Y}{\partial y} \right] \quad (12)$$

$$\frac{\partial s_x}{\partial x} + \frac{\partial s_y}{\partial y} = 0 \quad (13)$$

gdzie: s_x , s_y – wydatek rumowiska wleczonego w kierunku podłużnym i poprzecznym.

Linearyzacja równań ruchu wody i rumowiska. Przy linearyzacji równań ruchu wody i rumowiska przyjęto następujące założenia:

1. zmiany wartości charakterystyk hydraulicznych wywołane niestabilnością przepływu lub ruchem spiralnym mogą być opisane przez małe zmiany średnich w pionie strumienia prędkości: podłużnej i poprzecznej oraz głębokości,

2. zmiany te są wielkościami małymi tak, że można pominąć wyrażenia rzędu drugiego i wyższych.

Przedstawione w układzie współrzędnych krzywoliniowych równania ruchu wody (2) ÷ (3) i ruchu rumowiska (8) ÷ (10) linearyzuje się przez podstawienie:

$$U_s = U_0(1 + u'); \quad Y = h_0(1 + \eta'); \quad V_r = U_0 \omega'; \quad z_w = z_{w0}(1 + z_w') \quad (14)$$

gdzie zmienne z indeksem prim oznaczają małe zmiany a indeks '0' odnosi się do parametrów przepływu w osi koryta. Zmiany charakterystyk przepływu są funkcją zmiennych r i s tj. $u' = u'(s, r)$; $\omega' = \omega'(s, r)$; i $\eta' = \eta'(s, r)$. Zlinearyzowane za pomocą zależności (14) wybrane człony równań ruchu wody (1) i (3) przyjmują postać:

$$\begin{aligned} V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} &= U_0^2 \omega' \frac{\partial \omega'}{\partial r} \approx 0 \\ U_s \frac{\partial V_r}{\partial s} &= U_0^2 (1 + u') \frac{\partial \omega'}{\partial s} \approx U_0^2 \frac{\partial \omega'}{\partial s} \\ \frac{U_s^2}{r} &= \frac{U_0^2}{r} (1 + 2u' + u'^2) \approx \frac{U_0^2}{r} \end{aligned} \quad (15)$$

W podobny sposób linearyzuje się pozostałe człony równań ruchu i równania ciągłości dla wody oraz równania ruchu rumowiska (8) ÷ (10). Zgodnie z założeniem 2) pomija się wyrażenia rzędu drugiego i wyższych. Ponadto, w ostatnim członie po prawej stronie równania (2b), określającym naprężenia styczne przy dnie w kierunku podłużnym, pomija się wyrażenie $[f/(2h)]U_0^2$ jako wielkość o rząd większą od pozostałych składników tego równania. Zlinearyzowane równania ciągłości oraz równania ruchu wody i rumowiska (2) ÷ (3) i (8) ÷ (10), wyrażone w krzywoliniowym układzie współrzędnych, przyjmują postać:

$$\frac{\partial \omega'}{\partial s} + \frac{l_1}{2} \omega' - \frac{l}{r} = - \frac{g}{U_0^2} \frac{\partial z_w'}{\partial r} \quad (16)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial s} + l_1 u' - \frac{l_1}{2} \eta' + \frac{\omega'}{r} = \frac{g}{U_0^2} \frac{\partial z_w'}{\partial s} \quad (17)$$

$$\frac{\partial \omega'}{\partial r} + \frac{\partial u'}{\partial s} + \frac{\partial \eta'}{\partial s} = 0 \quad (18)$$

$$s_s = s_b (1 + b u' + \dots) \quad (19)$$

$$s_r = s_s \left[\omega' - \alpha_3 (1 + \eta') + \frac{h_0}{3\theta} \frac{\partial \eta'}{\partial r} \right] \quad (20)$$

$$\frac{\partial s_s}{\partial s} + \frac{\partial s_r}{\partial r} + \frac{s_r}{r} = 0 \quad (21)$$

gdzie: $\omega' = s_r = 0$ przy $n = \pm n_0$ (22)

$$l_1 = f / h_0 \quad \alpha_3 = \bar{\alpha}_1 \frac{h_0}{r_0} + \bar{\alpha}_2 \frac{h_0}{r_{0i}} \quad (23)$$

$$\bar{\alpha}_1 = \frac{K f_1}{3\theta}; \quad \bar{\alpha}_2 = -\frac{K C_1}{3\theta} \exp(-a s) \quad (24)$$

ω' – funkcja opisująca zmiany prędkości radialnej, z_w' – funkcja opisująca zmiany poziomu zwierciadła wody, u' – funkcja opisująca zmiany prędkości podłużnej, η' – funkcja opisująca zmiany głębokości, U_0 – średnia w pionie strumienia prędkość w osi koryta, h_0 – głębokość wody w osi koryta, g – przyspieszenie ziemskie, s – współrzędna podłużna, n – odległość od osi koryta, n_0 – połowa szerokości dna koryta, r_0 – promień krzywizny w osi badanego zakola, r_{0i} – promień krzywizny zakola usytuowanego powyżej badanego zakola, K – stała zakola opisana równaniem (I.5) w załączniku I, f_1 – funkcja zmiennej podłużnej s , opisana równaniem (I.4) w załączniku I, a – stała opisana wzorem (I.13) w załączniku I, C_1 – stała całkowania, przyjmująca wartości z przedziału od 0 do 1, D_{50} – przeciętna średnica rumowiska wleczonego, ρ_s , ρ – gęstość cząstek rumowiska i wody, θ – parametr Shieldsa, określony z wzoru:

$$\theta = \frac{u_{*0}^2}{g D_{50}} \left(\frac{\rho}{\rho_s - \rho} \right) \quad (25)$$

W układzie współrzędnych prostokątnych zlinearyzowany układ równań ruchu wody i rumowiska przyjmuje postać:

$$\frac{\partial \omega'}{\partial x} + \frac{l_1}{2} \omega' = -\frac{g}{U_0^2} \frac{\partial z_w'}{\partial y} \quad (26)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + l_1 u' - \frac{l_1}{2} \eta' = \frac{g}{U_0^2} \frac{\partial z_w'}{\partial x} \quad (27)$$

$$\frac{\partial \omega'}{\partial y} + \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial \eta'}{\partial x} = 0 \quad (28)$$

$$s_x = s_b (1 + b u' + \dots) \quad (29)$$

$$s_y = s_x \left[\omega' + \frac{h_0}{3\theta} \frac{\partial \eta'}{\partial y} \right] \quad (30)$$

$$\frac{\partial s_x}{\partial x} + \frac{\partial s_y}{\partial y} = 0 \quad (31)$$

Analiza stabilności przepływu w korycie prostoliniowym.

Przy ruchu wody w korycie prostoliniowym obserwuje się zakrzywienie linii prądu. Powodem tego zjawiska jest występowanie prędkości pulsacyjnych w ruchu turbulentnym, które wywołują poprzeczny ruch wody. W korycie z dnem rozmywalnym zjawisko to potęguje się wskutek przemieszczania się cząstek tworzących ruchome dno koryta. W wyniku zakrzywienia linii prądu i pojawienia się prędkości poprzecznych obserwuje się zmienne w przekroju poprzecznym głębokości i prędkości podłużne.

Wskutek skończonej szerokości koryta, rozważa się fale stacjonarne w kierunku radialnym oraz fale ruchome w kierunku podłużnym. Wobec tego możliwe jest wykonanie analizy stabilności. W analizie tej zakłada się, że zmienne wartości średnich w przekroju poprzecznym charakterystyk przepływu są określone przez funkcję okresową [Przedwojski 1988]. Funkcja ta opisuje ustalony przepływ niejednostajny. Funkcja tego rodzaju pozwala na badania stabilności przepływu w korytach prostoliniowych i krzywoliniowych. W badaniach stabilności przepływu przyjmuje się, że na wyrównane, poziome dno koryta, o głębokości średniej w przekroju poprzecznym h_0 , nakładają się zmiany o małej amplitudzie (rys. 4). Zmiany te opisuje się

funkcją okresową, która w prostokątnym układzie współrzędnych określona jest następująco:

$$\eta'(x, y) = \hat{\eta} E \quad (32a)$$

$$E = \exp(-k_{ss} x) \cos(k_{sn} x + k_n y + C_n) \quad (32b)$$

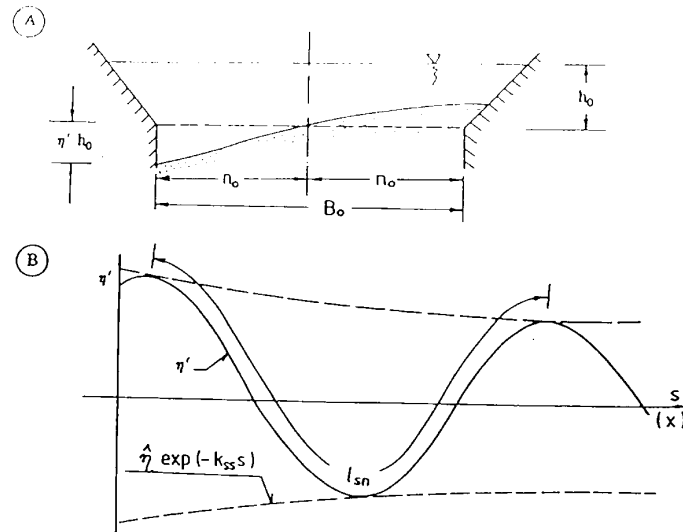
$\hat{\eta}$ – amplituda odkształceń okresowych, k_{ss} – stopień narastania lub tłumienia fali opisującej zmiany wielkości hydraulicznych, tj. głębokości, prędkości podłużnych i poprzecznych, C_n – stała określająca przesunięcie fazowe, k_n – liczba falowa w kierunku poprzecznym, określona równaniem

$$k_n = m_1 \frac{\Pi}{B_0} \quad (33)$$

oraz k_{sn} – liczba falowa w kierunku podłużnym opisana zależnością,

$$k_{sn} = \frac{2 \Pi}{l_{sn}} \quad (34)$$

Badania stabilności przepływu w korycie prostoliniowym przeprowadza się na podstawie zlinearyzowanego układu równań ruchu wody i rumowiska (26)÷(31).



Rysunek 4. Koryto prostoliniowe: A – Przekrój poprzeczny, B – Tłumiona fala okresowa opisująca deformacje dna w kierunku podłużnym
Figure 4. Straight channel: A – Cross-section, B – Damped periodic wave

Eliminacja z tego układu równań zmian: poziomu zwierciadła wody, wydatku rumowiska w kierunku podłużnym i poprzecznym oraz zmian prędkości w kierunku podłużnym i poprzecznym, prowadzi do następującego równania różniczkowego cząstkowego piątego stopnia opisującego zmiany głębokości (deformacje dna) η' :

$$\begin{aligned} \frac{h_0}{3\theta} \frac{\partial^5 \eta'}{\partial x^3 \partial y^2} + \frac{h_0}{3\theta} \frac{\partial^5 \eta'}{\partial x \partial y^4} - b \frac{\partial^4 \eta'}{\partial x^4} - d_1 \frac{\partial^4 \eta'}{\partial x^2 \partial y^2} + \\ \frac{f}{3\theta} \frac{\partial^4 \eta'}{\partial y^4} - l_1 \frac{b}{2} \frac{\partial^3 \eta'}{\partial x^3} + l_1 \frac{(b-3)}{2} \frac{\partial^3 \eta'}{\partial x \partial y^2} = 0 \end{aligned} \quad (35)$$

gdzie:
$$d_1 = 1 - \frac{f}{6\theta} \quad (35a)$$

Wstawienie pochodnych funkcji okresowej, tj. równania (32) do równania różniczkowego (35) prowadzi do następującego rozwiązania:

$$H_s \sin \varphi_n - H_r \cos \varphi_n = 0 \quad (36)$$

gdzie:
$$H_s = b A_K (\bar{k}_{ss})^4 - d_2 (\bar{k}_{ss})^3 + F_{n1} (\bar{k}_{ss})^2 + F_{n2} (\bar{k}_{ss}) + F_{n3} \quad (37a)$$

$$H_r = F_{s1} (\bar{k}_{sn})^2 + F_{s3} \quad (37b)$$

$$F_{n1} = -6 b A_K (\bar{k}_{sn})^2 - \frac{d_1}{A_K} \quad (38a)$$

$$F_{n2} = 3 d_2 (\bar{k}_{sn})^2 - d_4 \quad (38b)$$

$$F_{n3} = b A_K (\bar{k}_{sn})^4 + \frac{d_1}{A_K} (\bar{k}_{sn})^2 - \frac{f}{A_K^3} \quad (38c)$$

$$F_{s1} = 4 b A_K (\bar{k}_{ss})^2 - d_2 \quad (39a)$$

$$F_{s3} = -4 b A_K (\bar{k}_{ss})^3 + 3 d_2 (\bar{k}_{ss})^2 + \frac{2 d_1}{A_K} (\bar{k}_{ss}) + d_4 \quad (39b)$$

$$d_2 = \frac{b}{2} A_K - \frac{f}{3\theta A_K}; \quad d_4 = \frac{1}{A_K} \left[\frac{(b-3)}{2} - \frac{f}{3\theta A_K} \right] \quad (40)$$

oraz: $\bar{k}_{ss}, \bar{k}_{sn}$ – bezwymiarowe parametry fali opisującej zmiany charakterystyk przepływu:

$$\bar{k}_{ss} = \frac{k_{ss}}{l_1}; \quad \bar{k}_{sn} = \frac{k_{sn}}{l_1} \quad (41a)$$

A_K – stała bezwymiarowa:

$$A_K = \frac{f}{\Pi} \frac{B_0}{h_0} \quad (41b)$$

b – wykładnik potęgowy w równaniu transportu rumowiska,
 $s_b = m_s U^b$

Równanie (36) zawiera dwa szukane parametry fali okresowej \bar{k}_{ss} i \bar{k}_{sn} , występujące w wielkościach φ_n , H_s i H_r . Równanie (36) będzie spełnione, jeżeli spełniony będzie układ równań:

$$H_s = 0 \quad (42a)$$

$$H_r = 0 \quad (42b)$$

Rozwiązanie układu równań (42) pozwala wyznaczyć wartości szukanych parametrów fali okresowej \bar{k}_{ss} i \bar{k}_{sn} , po uprzednim podstawieniu w miejsce H_s i H_r równań (37). Z równania (42b) oblicza się liczbę falową w kierunku podłużnym:

$$\bar{k}_{sn} = \left[-\frac{F_{s3}}{F_{s1}} \right]^{1/2} \quad (43)$$

Wstawienie w miejsce \bar{k}_{sn} zależności (43) przekształca wyrażenie (37a) w wielomian ósmego stopnia względem szukanego parametru \bar{k}_{ss} . Zgodnie z równaniem (42a) miejsca zerowe tego wielomianu wyznaczają szukane wartości parametru tłumienia fali \bar{k}_{ss} . Podstawienie tak określonych wartości parametru \bar{k}_{ss} do równań (39), określających wielkości F_{s1} i F_{s3} pozwala na obliczenie z równania (43) szukanych wartości liczby falowej \bar{k}_{sn} . Z zależności (37), spełniających równania (42) wynika, że:

$$\bar{k}_{ss} = f(\bar{k}_{sn}) \quad (44)$$

Wartości tych parametrów oblicza się metodą kolejnych przybliżeń, zakładając wyjściową wartość parametru \bar{k}_{sn} . Występujące w układzie równań (37) ÷ (40) wielkości: b , A_K , θ , d_1 , d_2 , d_4 i f są funkcjami średnich dla danego odcinka rzeki: głębokości w osi koryta h_0 i prędkości podłużnej U_0 , spadku podłużnego w osi koryta I_0 oraz średnicy przeciętnej rumowiska D_{50} . Wielkości te mają stałe wartości na danym odcinku rzeki. Wynika stąd, że parametry tłumionej fali okresowej, opisującej zmiany charakterystyk przepływu są wielkościami stałymi przy danym natężeniu przepływu i nie zależą od współrzędnych x i y , tj.:

$$\bar{k}_{ss} = const \quad \bar{k}_{sn} = const \quad (45)$$

W konsekwencji, występujące w równaniu (36) wielkości H_s i H_r są współczynnikami liczbowymi o stałych wartościach na danym odcinku rzeki. Mając określoną funkcję opisującą zmiany głębokości η' , można z układu równań (26) ÷ (31) wyznaczyć funkcje opisujące zmiany prędkości podłużnej u' i poprzecznej ω' .

Analiza układu równań nieliniowych (42) wykazuje, że wartości bezwymiarowych parametrów tłumionej fali okresowej, opisującej zmiany charakterystyk przepływu są funkcjami następujących wielkości:

$$\bar{k}_{ss} = f(b, A_{Kl}) \quad \bar{k}_{sn} = f(b, A_{Kl}) \quad (46)$$

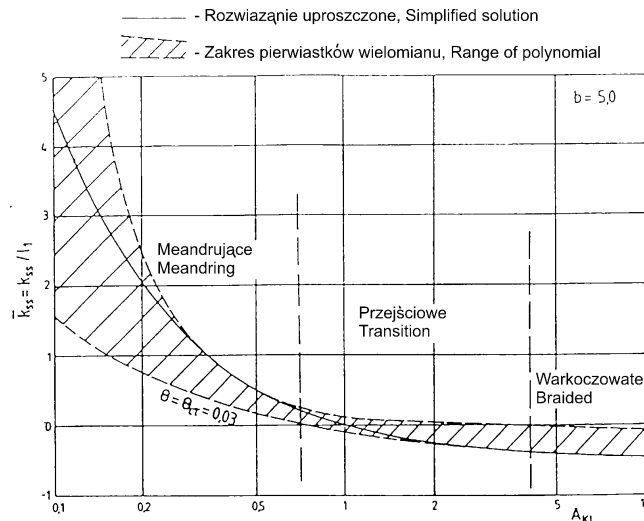
gdzie: A_{Kl} – dynamiczna stała koncentracji przekroju poprzecznego, określona wzorem:

$$A_{Kl} = \frac{f}{(m_1 \Pi)^2} \left(\frac{B_0}{h_0} \right)^2 3 \theta \quad (47)$$

gdzie: m_1 – liczba koryt cząstkowych, w przypadku koryta meandrującego $m_1 = 1$; w przypadku koryta typu warkoczowego $m_1 \geq 2$.

Zależności określone równaniami (46) przedstawione są na rysunkach 5 i 6 przy stałej wartości wykładnika potęgowego w równaniu transportu rumowiska $b = 5$. Na rys. 5 i 6 linią ciągłą zaznaczony jest obszar występowania pierwiastków rzeczywistych układu równań (42). Podobny obszar zmienności parametrów \bar{k}_{ss} i \bar{k}_{sn} pokazali w swojej pracy Struiksama i in. [1985]. Z zależności (46) i (47) wynika, że przy stałej wartości wykładnika potęgowego w równaniu transportu rumowiska $b = const$ bezwymiarowe parametry fali okresowej są funkcją współczynnika oporów Darcy-Weisbacha f ,

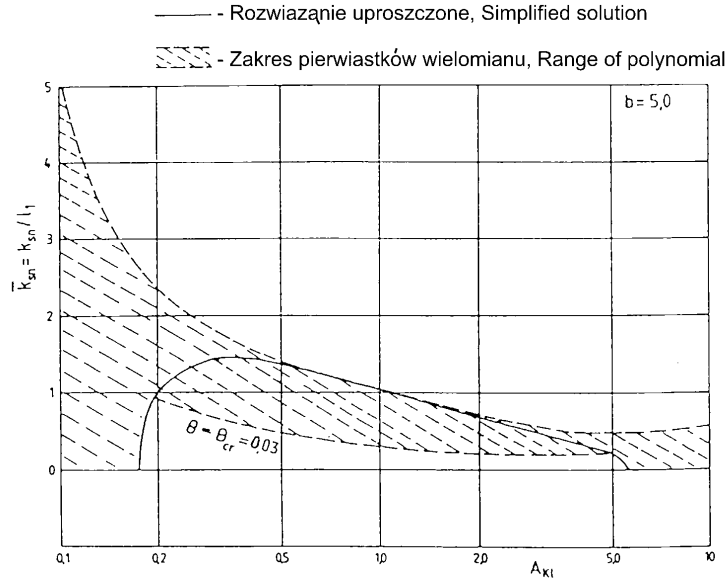
parametru Shields'a θ i miary kształtu przekroju poprzecznego (B_0/h_0). Wyniki przedstawione na rysunkach 5 i 6 wskazują, że przy ruchu wody w korycie prostoliniowym z ruchomym dnem oraz $f = const$ i $\theta = const$ ze wzrostem wartości miary kształtu przekroju poprzecznego (B_0/h_0) maleje stopień tłumienia fali okresowej opisującej deformację dna koryta. Oznacza to, że przy $\bar{k}_{ss} < 0$ deformacje dna opisane funkcją η' będą wzrastać z biegiem cieku. Jeśli brzegi koryta prostoliniowego będą umocnione, wtedy wzdłuż brzegów będą występować naprzemiennie płycizny i głębie. W przypadku, gdy brzegi koryta prostoliniowego będą tworzyć materiały rozmywalne, wtedy w obszarach występowania maksymalnych przyrostów głębokości ($\eta' h_0$) i prędkości podłużnej ($u' U_s$) nastąpi erozja brzegów i rozpocznie się proces meandrowania koryta. Wskutek zakrzywienia strumienia prostoliniowego pojawi się siła odśrodkowa, wywołująca dodatkowy poprzeczny ruch wody a rozwój zakoli zostanie przyspieszony. Nawet w przypadku gdy $\bar{k}_{ss} > 0$, co oznacza tłumienie fali okresowej opisującej deformację dna, wystąpi zakrzywienie strumienia prostoliniowego i pojawienie się siły odśrodkowej, która spowoduje nasilenie procesu tworzenia się zakoli.



Rysunek 5. Parametr tłumienia fali okresowej w funkcji parametru A_{KI} przy $b = 5$. A – zakres pierwiastków wielomianu, B – rozwiązanie uproszczone

Figure 5. Damping of perturbation versus parameter A_{KI} for $b = 5$.

A – range of polynomial roots, B – simplified solution



Rysunek 6. Liczba falowa opisująca deformacje dna koryta w kierunku podłużnym w funkcji parametru A_{Kl} przy $b = 5$.
 A – zakres pierwiastków wielomianu, B – rozwiązanie uproszczone
Figure 6. Wavelength of perturbation versus parameter A_{Kl} for $b = 5$.
 A – range of polynomial roots, B – simplified solution

Jeżeli w układzie równań (26)÷(31) opisujących ruch wody w korycie prostoliniowym pomija się człony zawierające funkcję ω' , tj. gdy zaniedbuje się poprzeczny ruch wody i krzywiznę linii prądu, wtedy rozwiązanie układu równań (42), w którym wielkości H_s i H_r opisane są wzorami (37a) i (37b), przyjmuje postać:

$$\bar{k}_{ss} = -\frac{1}{2} \left[\frac{b-3}{2} - \frac{1}{A_{Kl}} \right] \quad (48a)$$

$$\bar{k}_{sn} = \left[\frac{1}{A_{Kl}} - (\bar{k}_{ss})^2 \right]^{1/2} \quad (48b)$$

Jest to rozwiązanie uproszczone [Struiksma 1983], w którym pominięto wpływ prędkości poprzecznej (przepływu wtórnego) na deformacje dna i zmiany charakterystyk przepływu. W rozwiązaniu tym przepływ określony jest przez siły bezwładności i siły tarcia ruchu

głównego a kierunek ruchu rumowiska zależy tylko od kierunku ruchu głównego wody i lokalnego nachylenia poprzecznego dna koryta.

TOPOGRAFIA DNA I ROZKŁADY PRĘDKOŚCI W KORYTACH RZECZNYCH

Topografia dna i pozioma zmienność średniej na głębokości strumienia prędkości podłużnej i poprzecznej w korycie złożonym z zakoli o zmiennej krzywiznie oblicza się z zależności [Przedwojski 1998]:

– głębokość:
$$Y_{2c} = h_0 (1 + \eta_{1c} + \eta') \quad (49a)$$

– prędkość podłużna:
$$U_{s2c} = U_0 (1 + u_{1c} + u') \quad (49b)$$

– prędkość poprzeczna:
$$V_{r2c} = U_0 (\omega_{1c} + \omega') \quad (49c)$$

Y_{2c} – zmienna w obszarze zakola głębokość, U_{s2c} – zmienna w obszarze zakola, uśredniona w pionie strumienia prędkość podłużna, V_{r2c} – zmienna w obszarze zakola, uśredniona w pionie strumienia prędkość poprzeczna, U_0 – średnia dla danego odcinka wartość prędkości podłużnej, h_0 – średnia dla danego odcinka wartość głębokości, $\eta_{1c}, u_{1c}, \omega_{1c}$ – zmiany ‘rzędu zerowego’ w obszarze rozwiniętego ruchu spiralnego w zakolu, η', u', ω' – zmiany rzędu ‘pierwszego’ wywołane niestabilnością przepływu.

Wartości średnie głębokości h_0 i prędkości U_0 odnoszą się do części przepływu ponad dnem koryta. Zmiany ‘rzędu zerowego’ określone są funkcjami typu wykładniczego, a zmiany ‘rzędu pierwszego’ określone są funkcjami okresowymi. Wzory opisujące wielkości $\eta_{1c}, u_{1c}, \omega_{1c}$ zamieszczone są w pracy Przedwojskiego [1998]. Zmiany parametrów hydraulicznych ‘rzędu pierwszego’ są wyrażone zależnościami:

$$\eta' = \hat{\eta}_c E; \quad u' = \hat{u}_c E_u; \quad \omega' = \hat{\omega}_c E_\omega \quad (50)$$

gdzie amplituda funkcji okresowej, określająca zmiany głębokości $\hat{\eta}_c$, opisana jest równaniem:

$$\hat{\eta}_c = K \frac{n_0}{R_0} f_1 \cos(k_{sn} s_m) \quad (51a)$$

Amplitudy funkcji okresowej opisujące zmiany prędkości podłużnej i poprzecznej określone są następującymi formułami:

$$\hat{u}_c = K \frac{n_0}{R_0} \frac{l_1}{2} \cos(k_{sn} s_m) \quad (51b)$$

$$\hat{\omega}_c = K \frac{n_0}{R_0} \frac{l_1}{2 k_n} \cos(k_{sn} s_m) \quad (51c)$$

R_0 – promień na wierzchołku zakola o zmiennej krzywiznie (rys. 2), n_0 – połowa szerokości dna, l_1 – stała dla danego łuku, określona wzorem (23), E_u , E_ω – zamieszczone w załączniku E w pracy Przedwojski [1998] funkcje typu okresowego, opisujące zmiany prędkości podłużnej i poprzecznej.

Szukane funkcje okresowe E_u i E_ω zostały określone drogą całkowania równań ruchu i ciągłości dla wody (16)÷(18).

W przypadku przekroju poprzecznego koryta krzywoliniowego, podobnie jak w przypadku łuku kołowego, zakłada się, że na pochylone pod kątem β do poziomu dno koryta nakładają się dodatkowe odkształcenia, wywołane zmianami okresowymi o małej amplitudzie (rys. 4). Wtedy zmiany głębokości w zakolu opisane są równaniem (49a).

Jeżeli $l_0 = k_{sn}$ to, jak wynika z porównania zależności (1a) i (34), $L = l_{sn}$ (rys. 4). Ponieważ $s_m = L/4$ (rys 2), to $\cos [(2 \Pi / L) (L/4)] = 0$ oraz $\hat{\eta}_c = 0$, czyli w przypadku gdy długość zakola L , mierzona wzdłuż osi koryta, jest równa długości fali okresowej opisującej odkształcenia dna w profilu podłużnym l_{sn} , wtedy zmiany głębokości wywołane niestabilnością przepływu zanikają, a o układzie dna koryta decyduje tylko natężenie ruchu spiralnego. Jest to jednak sytuacja wyjątkowa. W korytach naturalnych występuje ciągła zmiana natężenia przepływu wody powodująca zmianę charakterystyk przepływu i w konsekwencji zmianę wartości parametrów tłumionej fali okresowej. W tej sytuacji $l_{sn} \neq L$ oraz $\hat{\eta}_c \neq 0$. W rezultacie dno koryta ulega ciągłym zmianom, a przeciętny układ dna koryta odpowiada przepływowi średniemu rocznemu. Układ poziomy trasy koryta jest ściśle związany z układem pionowym, tak jak pokazano to na rysunku 4. W sytuacji, gdy krzywizna osi geometrycznej koryta jest podobna do

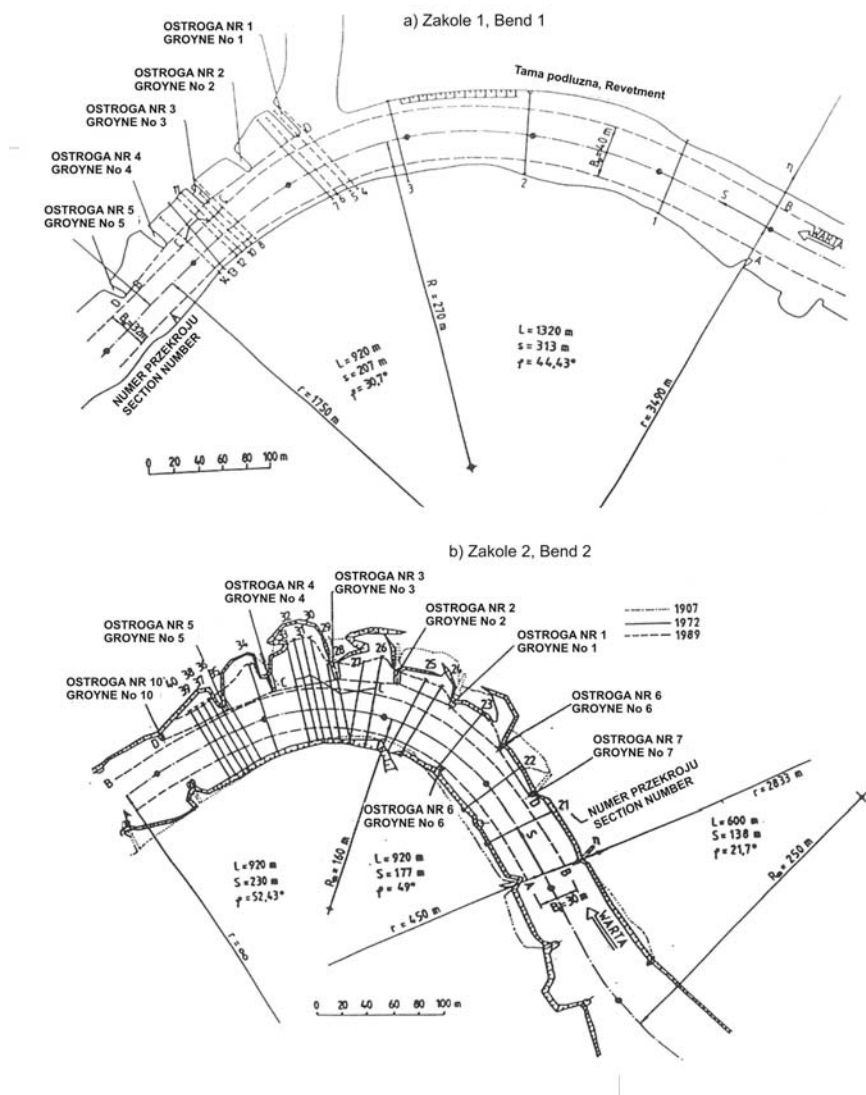
krzywizny tłumionej fali zaburzeń okresowych, niestabilność przepływu nie wywołuje dodatkowych zmian wartości parametrów przepływu. W odróżnieniu od trasy koryta złożonej z łuków kołowych, trasa koryta złożona z zakoli o zmiennej krzywiznie, opisanych równaniem (1a), zapewnia najmniejsze odkształcenia dna, jakie mogą wystąpić przy zadanym przepływie.

TOPOGRAFIA DNA – PRZYKŁAD OBLICZENIOWY

Podstawę weryfikacji rozwiązania przedstawionego równaniami (49), dla zakoli o zmiennej krzywiznie, występujących w korytach naturalnych, stanowi porównanie obliczonego układu dna z wynikami pomiarów w korycie Warty. Pomiary te wykonano w 1989 roku na 4 kilometrowym odcinku rzeki, od km 274 do km 278 [Przedwojski i in. 1989]. Badania terenowe obejmowały pomiary głębokości oraz pomiary poziomów zwierciadła wody. Ponadto w dwóch wybranych przekrojach hydrometrycznych (w km 274 i km 278) przeprowadzono punktowe pomiary prędkości przepływu wody i wydatku rumowiska wlezonego w 8 pionach. Wymienione pomiary wykonano po dwumiesięcznym okresie trwania stanów średnich. W tym okresie średnia głębokość badanego odcinka koryta rzeki wynosiła $h_0 = 2,00$ m, a maksymalne wahania stanów wody zmieniały się w przedziale od $-0,30$ m do $0,35$ m. Punktowe pomiary prędkości wykonano młynkiem typu OTT, a pomiary transportu rumowiska wlezonego łapaczką PIHM, o współczynniku sprawności $0,65$. Wymienione wyżej pomiary prędkości przepływu wody i wydatku rumowiska wlezonego wykorzystano do oszacowania wartości wykładnika potęgowego b , występującego w równaniu $s_b = m_s U^b$. Do oceny wartości tego wykładnika wykorzystano także wyniki podobnych pomiarów, wykonane na tym odcinku rzeki w latach 1982 i 1990. Ustalona na podstawie tych pomiarów wartość wykładnika $b = 4,0$.

Pozostałe charakterystyki przepływu, charakterystyki rumowiska wlezonego oraz parametry geometryczne koryta w układzie poziomym rzeki zestawiono w tabeli 1 i pokazano na rysunku 7. Krzywiznę osi geometrycznej zakoli opisano równaniem (1). W obliczeniach przyjęto wartość współczynnika oporu $C_r = 0,25$. Parametry fali okresowej \bar{k}_{ss} i \bar{k}_{sn} obliczono na podstawie układu równań nieliniowych (42). Z danych zamieszczonych w tabeli 1 wynika, że obliczona z układu równań nieliniowych (42) wartość bezwymiarowej liczby falowej

\bar{k}_{sn} wynosi 0.0053 i jest bardzo bliska wartości 0,0050, określonej na podstawie pomiarów terenowych. Charakterystyki hydrauliczne koryta obliczono z zależności (49) i porównano z wynikami pomiarów na dwóch zakolach koryta rz. Warty zlokalizowanych w km 274 i km 278 (rys. 7).



Rysunek 7. Plan sytuacyjny zakoli rzeki Warty
Figure 7. Plan view of two bends of the Warta river

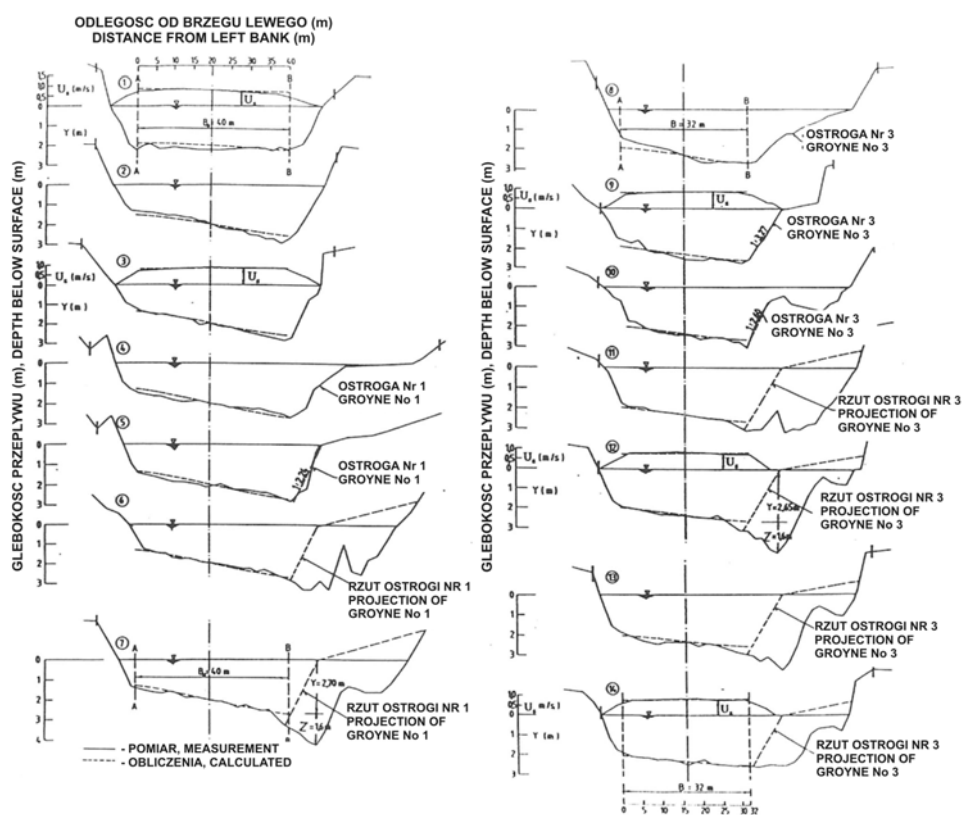
Tabela 1. Parametry koryta rzeki Warty

| Parametry hydrauliczne | | Rzeka Warta |
|------------------------------------|-------------------------|----------------------------|
| Natężenie przepływu | Q (m ³ /s) | 77,0 |
| Szerokość dna koryta | B_0 (m) | 40,0 |
| Średnia głębokość przepływu | h (m) | 2,00 |
| Średnia prędkość przepływu | U_s (m/s) | 0,80 |
| Spadek zwierciadła wody | I (‰) | 0,190 |
| Przeciętna średnica rumowiska | D_{50} (mm) | 0,370 |
| Promień łuku | R_0 (m) | 270 (łuk 1); 145 (łuk 2) |
| Długość łuku | L (m) | 520 (łuk 1); 407 (łuk 2) |
| Wykładnik we wzorze (2.12) | b (-) | 4,0 |
| Stosunek promienia do szerokości | R_0/B_0 (-) | 6.75 (łuk 1); 3.63 (łuk 2) |
| Stosunek szerokości do głębokości | B_0/h (-) | 20,0 |
| Parametr tłumienia fali zaburzeń | \bar{k}_{ss} (-) | 0,002 |
| Liczba falowa w kierunku podłużnym | \bar{k}_{sn} (-) | |
| | a) pomierzona | 0,0050 |
| | b) obliczona | 0,0053 |

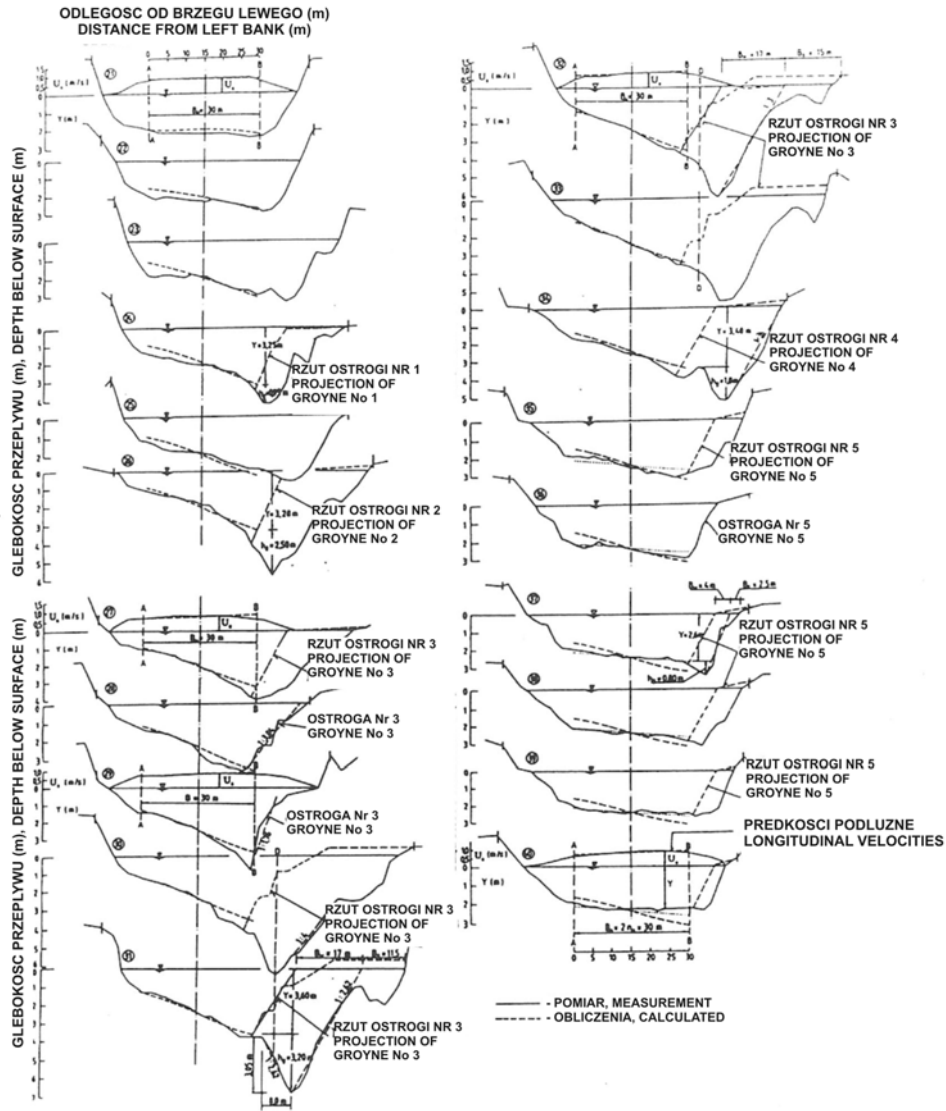
Zmienność głębokości i średniej w pionie strumienia prędkości podłużnej w dwóch badanych łukach rzeki Warty pokazano na rysunkach 8 i 9. Wyniki pokazane na tych rysunkach wskazują, że rozwiązanie zlinearyzowanego układu równań (16)-(21), wyrażone równaniami (49) dobrze zgadza się z wynikami pomiarów terenowych i może być stosowane do prognozowania deformacji dna koryta w łuku (topografii dna) i prognozowania zmienności w planie średnich na głębokości strumienia prędkości podłużnych.

Równania (49) mogą być stosowane do prognozowania charakterystyk przepływu w korytach naturalnych, których brzegi chronione są przed erozją za pomocą tam podłużnych lub ostróg. Podobną zgodność obliczonego kształtu dna z wynikami pomiarów otrzymano w przypadku przekrojów poprzecznych naturalnego koryta rzeki

Prosny. W tym przypadku brzegi koryta rzeki umocnione były porostem roślinności wysokopiennej (drzewa i krzewy) [Wierzbicki, Przedwojski 2006]. W przypadku zabudowy ostrogami lokalne rozmycia występujące przy głowicach ostróg wpływają na topografię dna koryta. Do oszacowania maksymalnych głębokości rozmyć lokalnych przy ostrogach można wykorzystać formułę podaną w pracy Przedwojskiego [1995].



Rysunek 8. Pomierzone i obliczone przekroje poprzeczne oraz uśrednione na głębokości strumienia prędkości podłużne w zakolu 1
Figure 8. Measured and predicted transverse bed profiles and depth-averaged streamwise velocities in bend 1 of the Warta River



Rysunek 9. Pomierzone i obliczone przekroje poprzeczne oraz uśrednione na głębokości strumienia prędkości podłużne w zakolu 2
Figure 9. Measured and predicted transverse bed profiles and depth-averaged streamwise velocities in bend 2 of the Warta River

PROJEKTOWANIE UKŁADU POZIOMEGO KORYTA

Kształt osi geometrycznej zakoli rzecznych. Rozwiązaniem zlinearyzowanego układu równań ruchu wody i rumowiska jest funkcja harmoniczna wyrażona równaniem (32). Krzywizna osi geometrycznej meandrów rzecznych, wyrażona w układzie współrzędnych krzywoliniowych określona jest następująco:

$$\rho = \hat{\rho} E \quad (32a')$$

$$E = \exp(-k_{ss} s_1) \cos(k_{sn} s_1 + k_n n + C_n) \quad (32b')$$

$\rho = 1/r$ – lokalna krzywizna współrzędnej s , $\hat{\rho} = 1/R_0$ – amplituda określająca maksymalną krzywiznę w przekroju wierzchołkowym zakola, $s_1 = s - s_m$, s – odległość mierzona od przekroju początkowego zakola, $s_m = L/4$ – odległość od początku do wierzchołka zakola (rys. 2). W osi geometrycznej zakola mamy $n = 0$. Zakładając, że stała $C_n = 0$, wtedy funkcja harmoniczna, opisująca stacjonarną, okresowa falę tłumioną przyjmuje postać:

$$E = \exp(-k_{ss} s_1) \cos(k_{sn} s_1) \quad (32b'')$$

W warunkach stabilnego koryta w układzie poziomym, długość zakola L będzie równa długości fali okresowej opisującej odkształcenia dna w profilu podłużnym l_{sn} tj. $l_{sn} = L$, oraz $l_0 = k_{sn}$. Przy małych wartościach $k_{ss} \Rightarrow 0$, równanie opisujące krzywiznę osi geometrycznej zakola przyjmuje postać równania (1), tj.:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{R_0} \cos\left(\frac{2 \Pi}{L} s_1\right) \quad (1')$$

Liczne badania układu poziomego rzek, w tym różnych odcinków Warty, Gwdy i Prosnicy i Narwi [Przedwojski, 1990a, 1990b, 1990c; Przedwojski, Żelazo, 1990, 1992; Wierzbicki, Przedwojski 2006] wykazują, że równanie (1) bardzo dokładnie odwzorowuje krzywiznę osi geometrycznej naturalnych zakoli rzecznych. Elementem potwierdzającym dokładność tego odwzorowania jest bardzo dobra zgodność kształtu przekrojów poprzecznych oraz uśrednionych na głębokości strumienia prędkości podłużnych, obliczonych na modelu z wynikami pomiarów w naturalnym korycie rzeki Warty. Wyniki tych badań wykazują, że naturalną krzywą zakoli rzecznych jest krzywa cosinusoidalna, opisana równaniem (1').

Minimalna wartość promienia na wierzchołku łuku. W przypadku łuków ze zmienną krzywizną, gdy długości fali okresowej opisującej odkształcenia dna l_{sn} , jest równa długość zakola L , tj. $l_{sn} = L$, wtedy amplituda funkcji okresowej $\hat{\eta}_c = 0$. W tym przypadku topografia dna w zakolu może być określona na podstawie uproszczonego rozwiązania o postaci:

$$Y = h_0(l + \eta_0) \quad (52)$$

Szczegółowy opis tego rozwiązania przedstawiono w załączniku I. Powyższe równanie wykorzystano do obliczenia minimalnej wartości promienia na wierzchołku łuku. Zakłada się przy tym, że przekrój poprzeczny na wierzchołku ma kształt trójkątny o maksymalnym nachyleniu dna, a poziom dna przy brzegu wypukłym osiąga poziom zwierciadła wody. Wtedy stosunek minimalnego promienia krzywizny R_0 do szerokości dna B_0 może być obliczony z następującego równania [Przedwojski 1998]:

$$\frac{R_0}{B} = \frac{1}{2} \left[K_0 \frac{h}{n_0} \frac{1}{(\delta - 1)} \right]^{1/2} \quad (53)$$

gdzie: h – głębokość średnia, n_0 – połowa szerokości dna, y – maksymalna głębokość przy brzegu wklęsłym, w przekroju wierzchołkowym łuku, K_0 – stała dla danego zakola, określona równaniem (I.6) w załączniku 1, $\delta = y/h$ – stosunek głębokości.

Dla dobrze rozwiniętych meandrów z maksymalną krzywizną (tj. minimalną wartością promienia R_0) kształt przekroju poprzecznego na wierzchołku zakola jest w przybliżeniu trójkątny, wtedy $\delta = 2$. W słabiej wykształconych zakolach o łagodnej krzywiznie wartości δ zmniejszają się i w korytach prostoliniowych wynoszą $\delta = 1$.

Optymalna długość łuku. Trwałość umocnień biologicznych lub technicznych brzegów koryta rzeki zależy od zaprojektowania stabilnego układu poziomego koryta rzeki. Warunkiem stabilności koryta jest określenie optymalnej długości łuku. Warunek ten będzie spełniony gdy długość zakola L , mierzona wzdłuż osi koryta, będzie równa długości fali okresowej opisującej odkształcenia dna w profilu podłużnym l_{sn} tj. $l_{sn} = L$, a to oznacza że $l_0 = k_{sn}$. Stąd optymalna długość łuku może być obliczona z następującej zależności:

$$L = \frac{2 \Pi}{\bar{k}_{sn}} \frac{h}{f} \quad (54)$$

w której \bar{k}_{sn} jest bezwymiarową liczbą falową, opisującą deformacje dna w kierunku podłużnym. Wartość \bar{k}_{sn} oblicza się z równań (42). Na wstępnym etapie projektowania do określenia optymalnej długości łuku można wykorzystać równania (48).

PODSUMOWANIE I WNIOSKI

W pracy przedstawiono rozwiązanie analityczne zlinearyzowanego układu równań opisującego ustalony, niejednostajny ruch wody i rumowiska w krzywoliniowym korycie rzeczonym. Koryto rzeki tworzą zakola o zmiennej krzywiznie, które można opisać krzywą cosinusoidalną. Na podstawie badań układu poziomego i pionowego wielu rzek można sformułować następujące wnioski:

Obliczone na dwuwymiarowym w planie modelu matematycznym głębokości i średnie w pionie prędkości podłużne wykazują bardzo dobrą zgodność z wynikami pomiarów w naturalnych korytach rzecznych.

Z rozwiązania zlinearyzowanego układu równań ruchu wody i rumowiska wynika, że krzywa cosinusoidalna jest naturalną krzywizną meandrów rzecznych i dobrze opisuje kształt osi geometrycznej zakoli rzecznych. Potwierdzeniem tego jest dobra zgodności obliczonych parametrów koryta w układzie poziomym i pionowym z wynikami obserwacji w zakolach rzecznych.

Zgodność obliczeń kształtu przekrojów poprzecznych i prędkości podłużnych pozwala na prognozowanie topografii dna i wyznaczanie lokalizacji największych wybojów oraz projektowanie odpowiedniego typu umocnień biologicznych i technicznych

Dla utrzymania trwałości i zachowania bezpieczeństwa budowli inżynierskich w korytach rzecznych konieczne jest zaprojektowanie stabilnego koryta rzeki w układzie poziomym i pionowym. W tym celu należy wyznaczyć dla danego odcinka rzeki wartości: minimalnego promienia krzywizny na wierzchołku łuku oraz optymalnej długości łuku.

ZAŁĄCZNIK I

TOPOGRAFIA DNA – ROZWIĄZANIE UPROSZCZONE
[Przedwojski 1988].

Głębokość w dowolnym punkcie łuku o zmiennej krzywiznie opisana jest zależnością:

$$Y = h(1 + \eta_0) \quad (\text{I.1})$$

w której:
$$\eta_0 = K \frac{n}{R_0} \left[f_1 \cos\left(\frac{2\Pi}{L} s_1\right) - C_1 \frac{r_0}{r_{0i}} \exp(-a s) \right] \quad (\text{I.2})$$

gdzie: n – odległość od osi koryta, R_0 – minimalna wartość promienia do osi koryta w przekroju wierzchołkowym łuku, L – długość łuku, C_1 – stała, r_0 – promień krzywizny w przekroju początkowym łuku, mierzony do osi koryta, r_{0i} – promień krzywizny w przekroju końcowym łuku górnego (rys. 2), mierzony do osi koryta, s – współrzędna w kierunku podłużnym, $s_1 = s - s_m$ (rys. 2) oraz:

$$a = \frac{2\kappa}{h} \left(\frac{f}{2}\right)^{1/2} \quad (\text{I.3})$$

$$f_1 = 1 - \exp(-a s) \quad (\text{I.4})$$

$$K = K_0 \frac{h}{R_0} \quad (\text{I.5})$$

$$K_0 = \frac{3}{2} C_r f_b^2 \left[1 + \frac{1}{n_1} \right]^2 (Fr)^2 \quad (\text{I.6})$$

$$Fr = \frac{U}{\left[g D \frac{(\rho_s - \rho)}{\rho} \right]^{1/2}} \quad (\text{I.7})$$

$$\frac{1}{n_1} = \frac{1}{\kappa} \left[\frac{f}{2} \right]^{1/2} \quad (\text{I.8})$$

$$f = 2 \frac{(u_{*0})^2}{U^2}; \quad u_{*0} = [g h I]^{1/2} \quad (\text{I.9})$$

$$f_b = \frac{u_{p0} h}{\bar{\varepsilon}_0} \left\{ \alpha \left(\frac{\zeta_b^2}{2} - \zeta_b + \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{b_1} \left[\zeta_b - \frac{1}{b_2} \left(\zeta_b^{b_2} - \frac{1}{b_3} \right) - \frac{1}{2} \right] \right\} \quad (\text{I.10})$$

$$b_1 = 2 \frac{1}{m} + 1; \quad b_2 = 2 \frac{1}{m} + 2; \quad b_3 = 2 \frac{1}{m} + 3 \quad (\text{I.11})$$

$$\frac{1}{m} = \frac{1}{\kappa} \frac{u_{*0}}{U_0} \quad (\text{I.12})$$

$$\alpha = \frac{\left[\frac{1}{b_2} \zeta_b^{b_2} - \zeta_b - \frac{1}{b_2} \frac{1}{b_3} + \frac{1}{2} - b_4 (\zeta_b^{b_1} - 1) \right]}{b_1 \left[\zeta_b \left(\frac{1}{2} \zeta_b - 1 \right) - b_4 (\zeta_b - 1) + \frac{1}{3} \right]} \quad (\text{I.13})$$

$$b_4 = \frac{u_{p0} \bar{\varepsilon}_0}{h_0 u_{*0}^2} \zeta_b^{1/m} \quad (\text{I.14})$$

$$\zeta_b = \frac{(D_{50})_0}{h_0} \frac{u_{*0}}{(u_{*0})_c} \quad (\text{I.15})$$

$$u_{p0} = \left(\frac{1}{n_1} + 1 \right) U \quad (\text{I.16})$$

$$\bar{\varepsilon}_0 = \frac{\kappa}{6} u_{*0} h \quad (\text{I.17})$$

$$\alpha_1 = K f_1; \quad \alpha_2 = K_i C_1 \frac{r_0}{r_{0i}} \exp(-as) \quad (\text{I.18})$$

D_{50} – średnica przeciętna rumowiska wleczonego, h_0 – głębokość przepływu w osi koryta, u_{*0} – prędkość dynamiczna w osi koryta, U – prędkość średnia na szerokości dna koryta, u_{p0} – prędkość

powierzchniowa w osi koryta, I – spadek podłużny, ρ – gęstość wody, ρ_s – gęstość rumowiska, κ – stała von Karmana, C_r – współczynnik oporu poziomej siły wleczenia w kierunku radialnym, K_i – wartość stałej K dla zakola górnego, C_l – stała uwzględniająca oddziaływanie zakola górnego na generowanie ruchu spiralnego na początkowym odcinku analizowanego łuku, przyjmująca wartości od 0 do 1.

W przekroju poprzecznym na wierzchołku łuku równanie (I.1) redukuje się do postaci:

$$Y = h \left(1 + K \frac{n}{R_0} \right) \quad (\text{I.1}')$$

BIBLIOGRAFIA

- Engelund F. *Flow and bed topography in channel bends*. Journal of the Hydraulic Division, ASCE, 1974, vol. 100, No HY11, s. 1631–1648.
- Przedwojski B., Bąkowski Z., Kostecka U., Nowak J. *Badania przepływu i topografii dna koryta Warty od km 279 do km 275*. Katedra Budownictwa Wodnego, AR w Poznaniu, Poznań, 1989, (maszynopis).
- Przedwojski B. *Ruch wody i topografia dna koryta w zakolach rzecznych*. Roczniki AR w Poznaniu, Seria: Rozprawy Naukowe, z. 172, 1988, s. 112.
- Przedwojski B. *Krzywa cosinusoidalna w układzie poziomym rzek*. Gospodarka Wodna, nr 2, 1990a, s. 40–44.
- Przedwojski B. *Wyznaczanie promienia minimalnego łuku przy projektowaniu trasy regulacyjnej*. Sesja naukowa nt. 'Współczesne problemy budownictwa wodnego', SGGW-AR, Warszawa 1990b, s. 341–355.
- Przedwojski B. *Bed topography at bankfull discharge in the Warta River*. Roczniki Nauk Rolniczych, t. 82, z. 3/4, 1990c, s. 85–94.
- Przedwojski B., Żelazo J. *Topografia dna koryta rzeki Narwi powyżej ujścia Biebrzy*. Sesja naukowa nt. 'Współczesne problemy budownictwa wodnego', SGGW-AR, Warszawa 1990, s. 356–367.
- Przedwojski B., Żelazo J. *Prognoza zmian kształtu dna rzeki na przykładzie górnej Narwi*. Gospodarka Wodna, nr 1, 1992, s. 16–19.
- Przedwojski B. *Bed topography and local scour in rivers with banks protected by groynes*. Journal of Hydraulic Research, vol. 33, No. 2, 1995, s. 257–273.
- Przedwojski B., Błażejowski R., Pilarczyk K.W. *River Training Techniques. Fundamentals, Design and Applications*. Wyd. A.A. Balkema, Rotterdam, Brookfield, 1995, s. 625.
- Przedwojski B. *Morfologia rzek i prognozowanie procesów rzecznych*. Wyd. Akademii Rolniczej im. Augusta Cieszkowskiego w Poznaniu, Poznań 1998, s. 293.
- Struiksma N., *Point bar initiation in bends of alluvial rivers with dominant bed load transport*. TOW Report R657- XVII/W308-part III, 1983, DHL, The Netherlands.
- Struiksma N., Olesen K.W., Flokstra C., Vriend H.J. de. *Bed deformation in curved alluvial channels*. Journal of Hydraulic Research, 1985 vol. 23, No 1, s. 57–79.

Wierzbicki M., Przedwojski B. *Opis układu poziomego zakoli rzeki Prozny przy wykorzystaniu krzywej cosinusoidalnej*. Wyd. Infrastruktura i Ekologia Terenów Wiejskich, PAN, Oddział w Krakowie, Kraków 2006.

Prof. dr hab. inż. Bogusław Przedwojski
Katedra Budownictwa Wodnego
Akademia Rolnicza im. Augusta Cieszkowskiego w Poznaniu
ul. Wojska Polskiego 73A
60-637 Poznań
tel. 0-61 848-7732
bkpi@au.poznan.pl

Recenzent: *Prof. dr hab. inż. Wojciech Bartnik*

Bogusław Przedwojski

MORPHOLOGY OF RIVER CHANNELS, MEASUREMENTS, MODELLING AND PROGNOSIS OF FLUVIAL PROCESSES

SUMMARY

In this paper the two-dimensional depth-averaged momentum and continuity equations for steady shallow flow and sediment transport are described. This two-dimensional model is used to study of the bed deformation in alluvial channels. The perturbation of mean values in the cross-section of hydraulic flow parameters is determined by the periodic function which describes the non-uniform but steady flow. The function of this type allows the investigation of the flow stability in both: the straight and the curvilinear channels. For these channels bed topography and horizontal distribution of depth-averaged velocity in longitudinal direction can be computed from exponential-periodic solution of the momentum and continuity equations. Bed topography computed from this solution is compared with bed topography of two bends in the Warta River. It was found that this solution is in good agreement with the measured bed topography in the river. It is also found that the cosine-generated curve is the natural curvature of the river meanders. Two equations for the calculation of the minimum value of meander curvature at the apex and the optimal length of bend are also presented in the paper.

Key words: river hydraulics, suspended and bed load movement, numerical modeling, riverbed topography