

*Klemens Godek, Waldemar Krupiński*

**ZASTOSOWANIE STATYSTYCZNYCH TESTÓW  
ZGODNOŚCI DO OCENY JAKOŚCI  
POMIARÓW GEODEZYJNYCH**

---

***APPLICATION OF STATISTICAL TESTS  
OF CONFORMITY FOR QUALITY ASSESSMENT  
OF GEODETIC MEASUREMENTS***

**Streszczenie**

W celu sprawdzenia czy pomiary kątów pionowych oraz przemieszczeń wykonywanych elektronicznym tachimetrem Nikon NPL-352 nie są obciążone błędami systematycznymi, wykonano pomiary testowe.

Pomiary te polegały na obserwacjach kątów pionowych oraz przewyższeń do wybranych, ostro rysujących się punktów, wysoko położonych.

Kąty pionowe pomierzono w dwóch położeniach lunety wykonując 36 pomiarów.

Przewyższenia pomierzono w jednym położeniu lunety, również w liczbie 36.

Do badań obliczono współczynniki:

- spłaszczenia „e”
- asymetrii „S”

oraz ich błędy średnie  $m_e$  i  $m_S$

Dla kontroli wyników w/w testu, przeprowadzono drugi, niezależny test Andersona – Darlinga.

Z badań wyciągnięto wnioski dotyczące poprawności wykonanych pomiarów.

**Słowa kluczowe:** współczynnik spłaszczenia (ekscesu), współczynnik asymetrii (skośności), test statystyczny, hipoteza zerowa

### Summary

*In order to check if measurements of vertical angles and displacements made by electronic total station Nikon NPL-352 are not burdened with systematic errors, test measurements were performed.*

*Measurements depended on that vertical angles and elevations to selected sharp visible, high located points. Vertical angles were measured in two telescope positions picking 36 measurements.*

*Elevations were measured in one telescope position, also in number of 36.*

*For the study were calculated coefficients:*

*1) flattening „e”*

*2) asymmetry „S”*

*and their medium errors  $m_e$  i  $m_s$*

*For the control of these results, the second independent Anderson – Darling test was made.*

*Conclusion drawn from the study confirms the accuracy of measurements.*

**Key words:** *coefficient of flattening (of excess), coefficient of asymmetry (of skewness), statistical test, the null hypothesis*

### WPROWADZENIE

Obserwowane w ostatnich latach współzawodnictwo pomiędzy firmami produkującymi sprzęt geodezyjny jest czynnikiem szybkiego postępu w sferze konstrukcji nowych zintegrowanych tachimetrów elektronicznych. Udoskonalenia polegają na zwiększeniu dokładności pomiaru kątów, odległości oraz na rozbudowaniu oprogramowania i zwiększania pojemności pamięci wewnętrznej. Ważniejszymi kierunkami udoskonalania tachimetrów elektronicznych budowanych obecnie i w przyszłości wg [Jagielski 2007] będzie między innymi:

- pomiar pikiet bez użycia reflektora zwrotnego,
- zwiększenie zasięgu pomiaru z użyciem pryzmatu i bez niego,
- unowocześnianie wyświetlacza i klawiatury,
- zapewnienie całkowitej wodoodporności instrumentu,
- śruby bezzaciskowe z ruchem nieskończonym,
- diody do tyczenia,
- pion laserowy zamiast optycznego,
- wyposażenie w serwomotory zastępujące ręczne obracanie,
- automatyczne szukanie i naprowadzanie na cel,
- możliwość obsługi instrumentu z pozycji pryzmatu,
- uproszenie rejestracji i zwiększenie pamięci,
- wydłużenie czasu pracy instrumentu na jednej baterii,
- możliwość współpracy z GPS,
- zainstalowanie w technikę systemu skanującego.

W niniejszej pracy zostaną wykonane pomiary testowe przy zastosowaniu tachimetru elektronicznego, które pozwolą na określenie dokładności użytkowej

i jak podaje [Lizończyk 2000] – jest to dokładność jaką można uzyskać stosując dany tachimetr w określonych warunkach terenowych i atmosferycznych przy zastosowaniu odpowiedniej techniki pomiaru.

Odchylenie standardowe pomiaru kąta to parametr, który charakteryzuje dokładność danego tachimetru. Dokładność pomiaru kąta podawana jest zgodnie z Normą ISO 12 857 [Pawłowski 1997].

Dla przetestowania poprawności pomiarów kątów pionowych oraz przewyższeń wykonywanych elektronicznym tachimetrem NIKON NPL-352, wykonano pomiary oraz dokonano analizy statystycznej tych pomiarów.

Pomiary testowe polegały na obserwacjach kątów pionowych do wyraźnego, wysoko położonego celu w 36-ciu seriach w dwóch położeniach lunety, wykonano również pomiar przewyższeń w jednym położeniu lunety w ilości również 36-ciu serii.

Do analizy statystycznej wykorzystano:

1. wielkości współczynników:
  - a) ekscesu  $e$
  - b) skośności  $S$
2. test zgodności Andersona-Darlinga

Główne cechy testowanego tachimetru elektronicznego Nikon NPL-352 wg [Opracowanie redakcyjne 2003] to :

- odchylenie standardowe pomiaru kąta 5" (15<sup>cc</sup>),
- najmniejsza wyświetlana jednostka 1" (2<sup>cc</sup>),
- powiększenie lunety 33x,
- minimalna ogniskowa 1,3m,
- dokładność pomiaru odległości do lustra  $\pm(3+2\text{ppmxD})$  mm,
- maksymalny zasięg przy jednym lustrze 2300m.

Cechą charakterystyczną instrumentów firmy Nikon jest szybki i łatwy dostęp do funkcji nawiazania, wyzwolenia pomiaru i pozostałych typowych operacji przez jedno naciśnięcie klawisza.

## TEORETYCZNE PODSTAWY TESTÓW

Ponieważ w pracy [Godek K., Krupiński W. 2011] omówiliśmy dokładnie założenia teoretyczne obu testów, w niniejszej pracy przypomnimy tylko wzory dotyczące ekscesu  $e$ , skośności  $S$  oraz statystyki Andersona – Darlinga  $A_1^2$  :

$$e = \left\{ \frac{n(n-1)}{(n-1)(n-2)(n-3)} \cdot \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma} \right)^4 \right\} - \frac{3(n-1)^2}{(n-2) \cdot (n-3)} \quad (1)$$

$$m_e = \sqrt{\frac{24n(n-2)(n-3)}{(n+1)^2(n+3)(n+5)}} \quad (2)$$

$$S = \frac{n}{(n-1) \cdot (n-2)} \cdot \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma} \right)^3 \quad (3)$$

$$m_s = \sqrt{\frac{6(n-1)}{(n+1)(n+3)}} \quad (4)$$

$$A^2 = \frac{-\left[ \sum_{i=1}^n (2i-1) [\ln z_i + \ln(1-z_{n+1-i})] \right]}{n} - n \quad (5)$$

$$A_1^2 = \left( 1 + \frac{4}{n} - \frac{25}{n^2} \right) \cdot A^2 \quad (6)$$

### WYNIKI POMIARÓW I OBLICZENIA TESTOWE

**Tabela 1.** Wyniki pomiaru kątów pionowych i obliczenia współczynników ekscesu oraz skośności

$n$	$x_i$ [cc]	$x_i - \bar{x}$	$u_i$	$(u_i)^3$	$(u_i)^4$	
1	22,4366	-0,0009	-1,580	-3,946	6,236	$\bar{x} = 22,4375$
2	22,4367	-0,0008	-1,410	-2,806	3,958	$V(x) = 0,00000035$
3	22,4367	-0,0008	-1,410	-2,806	3,958	$\sigma = 0,00058886$
4	22,4368	-0,0007	-1,241	-1,910	2,369	$S = 0,1896$
5	22,4368	-0,0007	-1,241	-1,910	2,369	$e = -1,1172$
6	22,4369	-0,0006	-1,071	-1,228	1,315	$m_s = 0,3815$
7	22,4369	-0,0006	-1,071	-1,228	1,315	$m_e = 0,7035$
8	22,4369	-0,0006	-1,071	-1,228	1,315	
9	22,4370	-0,0005	-0,901	-0,731	0,659	
10	22,4371	-0,0004	-0,731	-0,391	0,286	
11	22,4371	-0,0004	-0,731	-0,391	0,286	
12	22,4371	-0,0004	-0,731	-0,391	0,286	
13	22,4371	-0,0004	-0,731	-0,391	0,286	
14	22,4373	-0,0002	-0,392	-0,060	0,023	
15	22,4373	-0,0002	-0,392	-0,060	0,023	
16	22,4374	-0,0001	-0,222	-0,011	0,002	
17	22,4374	-0,0001	-0,222	-0,011	0,002	

$n$	$x_i$ [cc]	$x_i - \bar{x}$	$u_i$	$(u_i)^3$	$(u_i)^4$
18	22,4375	0,0000	-0,052	0,000	0,000
19	22,4375	0,0000	-0,052	0,000	0,000
20	22,4375	0,0000	-0,052	0,000	0,000
21	22,4376	0,0001	0,118	0,002	0,000
22	22,4376	0,0001	0,118	0,002	0,000
23	22,4378	0,0003	0,458	0,096	0,044
24	22,4379	0,0004	0,627	0,247	0,155
25	22,4379	0,0004	0,627	0,247	0,155
26	22,4380	0,0005	0,797	0,507	0,404
27	22,4380	0,0005	0,797	0,507	0,404
28	22,4381	0,0006	0,967	0,904	0,875
29	22,4381	0,0006	0,967	0,904	0,875
30	22,4381	0,0006	0,967	0,904	0,875
31	22,4382	0,0007	1,137	1,469	1,670
32	22,4383	0,0008	1,307	2,231	2,915
33	22,4383	0,0008	1,307	2,231	2,915
34	22,4384	0,0009	1,476	3,219	4,753
35	22,4385	0,0010	1,646	4,462	7,346
36	22,4387	0,0012	1,986	7,833	15,555
$\Sigma$	807,751	0,0000	0,000	6,266	63,628

Tabela 2. Wyniki pomiaru kątów pionowych i obliczenia do testu Andersona-Darlinga

$n$	$x_i$ [cc]	$x_i - \bar{x}$	$u_i$	$z_i = F(u_i)$	$Z_{n+1-i}$	$\ln z_i \cdot \ln(1 - z_{n+1-i})$	$(2i-1) \cdot \ln z_i + \ln(1 - z_{n+1-i})$	
1	22,4366	-0,0009	-1,580	0,0571	0,9767	-6,6223	-6,6223	$\bar{x} = 22,4375$
2	22,4367	-0,0008	-1,410	0,0793	0,9505	-5,5403	-16,6209	$V(x)0,00000035$
3	22,4367	-0,0008	-1,410	0,0793	0,9306	-5,2024	-26,0119	$\sigma = 0,00058886$
4	22,4368	-0,0007	-1,241	0,1075	0,9049	-4,5831	-32,0816	$[-(-1315,1232)]/n = 36,5312$
5	22,4368	-0,0007	-1,241	0,1075	0,9049	-4,5831	-41,2478	$36,689 - n = 0,5312$
6	22,4369	-0,0006	-1,071	0,1423	0,8729	-4,0126	-44,1386	
7	22,4369	-0,0006	-1,071	0,1423	0,8340	-3,7456	-48,6926	
8	22,4369	-0,0006	-1,071	0,1423	0,8340	-3,7456	-56,1838	
9	22,4370	-0,0005	-0,901	0,1841	0,8340	-3,4880	-59,2967	
10	22,4371	-0,0004	-0,731	0,2327	0,7881	-3,0096	-57,1833	
11	22,4371	-0,0004	-0,731	0,2327	0,7881	-3,0096	-63,2026	
12	22,4371	-0,0004	-0,731	0,2327	0,7357	-2,7887	-64,1395	
13	22,4371	-0,0004	-0,731	0,2327	0,7357	-2,7887	-69,7169	
14	22,4373	-0,0002	-0,392	0,3483	0,6772	-2,1854	-59,0062	
15	22,4373	-0,0002	-0,392	0,3483	0,5478	-1,8483	-53,6013	
16	22,4374	-0,0001	-0,222	0,4129	0,5478	-1,6782	-52,0236	
17	22,4374	-0,0001	-0,222	0,4129	0,4801	-1,5387	-50,7761	
18	22,4375	0,0000	-0,052	0,4801	0,4801	-1,3879	-48,5758	

$n$	$x_i$ [cc]	$x_i - \bar{x}$	$u_i$	$z_i = F(u_i)$	$z_{n+1-i}$	$\ln z_i \cdot \ln(1 - z_{n+1-i})$	$(2i-1) \cdot \ln z_i + \ln(1 - z_{n+1-i})$
19	22,4375	0,0000	-0,052	0,4801	0,4801	-1,3879	-51,3515
20	22,4375	0,0000	-0,052	0,4801	0,4129	-1,2663	-49,3865
21	22,4376	0,0001	0,118	0,5478	0,4129	-1,1344	-46,5106
22	22,4376	0,0001	0,118	0,5478	0,3483	-1,0300	-44,2907
23	22,4378	0,0003	0,458	0,6772	0,3483	-0,8180	-36,8082
24	22,4379	0,0004	0,627	0,7357	0,2327	-0,5718	-26,8751
25	22,4379	0,0004	0,627	0,7357	0,2327	-0,5718	-28,0187
26	22,4380	0,0005	0,797	0,7881	0,2327	-0,5030	-25,6534
27	22,4380	0,0005	0,797	0,7881	0,2327	-0,5030	-26,6594
28	22,4381	0,0006	0,967	0,8340	0,1841	-0,3850	-21,1742
29	22,4381	0,0006	0,967	0,8340	0,1423	-0,3350	-19,0963
30	22,4381	0,0006	0,967	0,8340	0,1423	-0,3350	-19,7663
31	22,4382	0,0007	1,137	0,8729	0,1423	-0,2894	-17,6555
32	22,4383	0,0008	1,307	0,9049	0,1075	-0,2137	-13,4606
33	22,4383	0,0008	1,307	0,9049	0,1075	-0,2137	-13,8879
34	22,4384	0,0009	1,476	0,9306	0,0793	-0,1545	-10,3546
35	22,4385	0,0010	1,646	0,9505	0,0793	-0,1334	-9,2038
36	22,4387	0,0012	1,986	0,9767	0,0571	-0,0824	-5,8483
$\Sigma$	807,751	0,0000	0,000	0,0571	0,9767		-1315,1232

**Tabela 3.** Wyniki pomiaru przewyżzeń i obliczenia współczynników ekscesu oraz skośności

$n$	$x_i$ [m]	$x_i - \bar{x}$	$u_i$	$(u_i)^3$	$(u_i)^4$	
1	36,382	-0,0112	-1,504	-3,403	5,119	$\bar{x} = 36,39322715$
2	36,384	-0,0092	-1,235	-1,883	2,324	$V(x) = 0,00005511$
3	36,385	-0,0082	-1,100	-1,331	1,464	$\sigma = 0,00742390$
4	36,385	-0,0082	-1,100	-1,331	1,464	$S = 0,2978$
5	36,385	-0,0082	-1,100	-1,331	1,464	$e = -1,3346$
6	36,385	-0,0082	-1,100	-1,331	1,464	$m_s = 0,3815$
7	36,386	-0,0072	-0,965	-0,900	0,868	$m_e = 0,7035$
8	36,386	-0,0072	-0,965	-0,900	0,868	
9	36,386	-0,0072	-0,965	-0,900	0,868	
10	36,387	-0,0062	-0,831	-0,573	0,476	
11	36,387	-0,0062	-0,831	-0,573	0,476	
12	36,387	-0,0062	-0,831	-0,573	0,476	
13	36,387	-0,0062	-0,831	-0,573	0,476	
14	36,388	-0,0052	-0,696	-0,337	0,235	
15	36,390	-0,0032	-0,427	-0,078	0,033	
16	36,390	-0,0032	-0,427	-0,078	0,033	
17	36,390	-0,0032	-0,427	-0,078	0,033	

$n$	$x_i$ [m]	$x_i - \bar{x}$	$u_i$	$(u_i)^3$	$(u_i)^4$
18	36,391	-0,0022	-0,292	-0,025	0,007
19	36,392	-0,0012	-0,157	-0,004	0,001
20	36,393	-0,0002	-0,022	0,000	0,000
21	36,393	-0,0002	-0,022	0,000	0,000
22	36,393	-0,0002	-0,022	0,000	0,000
23	36,397	0,0038	0,516	0,138	0,071
24	36,397	0,0038	0,516	0,138	0,071
25	36,399	0,0058	0,786	0,485	0,381
26	36,400	0,0068	0,920	0,780	0,718
27	36,401	0,0078	1,055	1,175	1,240
28	36,401	0,0078	1,055	1,175	1,240
29	36,401	0,0078	1,055	1,175	1,240
30	36,402	0,0088	1,190	1,685	2,004
31	36,403	0,0098	1,325	2,324	3,078
32	36,403	0,0098	1,325	2,324	3,078
33	36,403	0,0098	1,325	2,324	3,078
34	36,404	0,0108	1,459	3,107	4,534
35	36,405	0,0118	1,594	4,050	6,455
36	36,406	0,0128	1,729	5,166	8,930
$\Sigma$	1310,154	0,0000	0,000	9,843	54,269

Tabela 4. Wyniki pomiaru przewyższeń i obliczenia do testu Andersona-Darlinga

$n$	$x_i$ [m]	$x_i - \bar{x}$	$u_i$	$z_i = F(u_i)$	$z_{n+1-i}$	$\ln z_i \cdot \ln(1 - z_{n+1-i})$	$(2i-1) \cdot \ln z_i + \ln(1 - z_{n+1-i})$	
1	36,382	-0,0112	-1,504	0,0668	0,9582	-5,8809	-6,6223	$\bar{x} = 36,3932$
2	36,384	-0,0092	-1,235	0,1093	0,9441	-5,0978	-16,6209	$V(x) = 0,00005511$
3	36,385	-0,0082	-1,100	0,1357	0,9279	-4,6270	-26,0119	$\sigma = 0,00742390$
4	36,385	-0,0082	-1,100	0,1357	0,9066	-4,3682	-32,0816	$[(-1344,5870)]/n = 37,3496$
5	36,385	-0,0082	-1,100	0,1357	0,9066	-4,3682	-41,2478	$37,3496 - n = 1,3496$
6	36,385	-0,0082	-1,100	0,1357	0,9066	-4,3682	-44,1386	
7	36,386	-0,0072	-0,965	0,1660	0,8830	-3,9413	-48,6926	
8	36,386	-0,0072	-0,965	0,1660	0,8554	-3,7296	-56,1838	
9	36,386	-0,0072	-0,965	0,1660	0,8554	-3,7296	-59,2967	
10	36,387	-0,0062	-0,831	0,2005	0,8554	-3,5407	-57,1833	
11	36,387	-0,0062	-0,831	0,2005	0,8212	-3,3284	-63,2026	
12	36,387	-0,0062	-0,831	0,2005	0,7852	-3,1450	-64,1395	
13	36,387	-0,0062	-0,831	0,2005	0,6985	-2,8059	-69,7169	
14	36,388	-0,0052	-0,696	0,2420	0,6985	-2,6178	-59,0062	
15	36,390	-0,0032	-0,427	0,3336	0,4920	-1,7751	-53,6013	
16	36,390	-0,0032	-0,427	0,3336	0,4920	-1,7751	-52,0236	
17	36,390	-0,0032	-0,427	0,3336	0,4920	-1,7751	-50,7761	
18	36,391	-0,0022	-0,292	0,3859	0,4364	-1,5256	-48,5758	
19	36,392	-0,0012	-0,157	0,4364	0,3859	-1,3168	-51,3515	

$n$	$x_i$ [m]	$x_i - \bar{x}$	$u_i$	$z_i = F(u_i)$	$z_{n+1-i}$	$\ln z_i \cdot \ln(1 - z_{n+1-i})$	$(2i-1) \cdot (\ln z_i + \ln(1 - z_{n+1-i}))$
20	36,393	-0,0002	-0,022	0,4920	0,3336	-1,1151	-49,3865
21	36,393	-0,0002	-0,022	0,4920	0,3336	-1,1151	-46,5106
22	36,393	-0,0002	-0,022	0,4920	0,3336	-1,1151	-44,2907
23	36,397	0,0038	0,516	0,6985	0,2420	-0,6359	-36,8082
24	36,397	0,0038	0,516	0,6985	0,2005	-0,5826	-26,8751
25	36,399	0,0058	0,786	0,7852	0,2005	-0,4656	-28,0187
26	36,400	0,0068	0,920	0,8212	0,2005	-0,4208	-25,6534
27	36,401	0,0078	1,055	0,8554	0,2005	-0,3800	-26,6594
28	36,401	0,0078	1,055	0,8554	0,1660	-0,3377	-21,1742
29	36,401	0,0078	1,055	0,8554	0,1660	-0,3377	-19,0963
30	36,402	0,0088	1,190	0,8830	0,1660	-0,3060	-19,7663
31	36,403	0,0098	1,325	0,9066	0,1357	-0,2439	-17,6555
32	36,403	0,0098	1,325	0,9066	0,1357	-0,2439	-13,4606
33	36,403	0,0098	1,325	0,9066	0,1357	-0,2439	-13,8879
34	36,404	0,0108	1,459	0,9279	0,1357	-0,2207	-10,3546
35	36,405	0,0118	1,594	0,9441	0,1093	-0,1733	-9,2038
36	36,406	0,0128	1,729	0,9582	0,0668	-0,1118	-5,8483
$\Sigma$	1310,154	0,0000	0,000			71,7653	-1315,1232

### INTERPRETACJA WYNIKÓW BADAŃ

1. Badanie pomiaru kątów pionowych:

a) za pomocą ekscesu  $e$  i skośności  $S$ :

(z tab. 1)

$$e = -1,1172 \quad ; \quad m_e = \pm 0,7035$$

$$S = 0,1896 \quad ; \quad m_S = \pm 0,3815$$

Ponieważ obliczone wartości  $e$  oraz  $S$  nie przekraczają dwukrotnie wartości odpowiednio:  $m_e$  oraz  $m_S$ , stąd wniosek [Ney 1970] o zgodności empirycznego rozkładu błędów z rozkładem normalnym, a więc i o poprawności wykonywanych pomiarów kątów pionowych testowanym tachimetrem.

b) przy pomocy testu Andersona – Darlinga: (z tab. 2)

$$A_1^2 = 0,531$$

$$A_{1kryt}^2 = 0,787$$

Ponieważ  $A_1^2 < A_{1kryt}^2$ , stąd potwierdzenie wniosku o normalności rozkładu [Kasietczuk 1993] i poprawności pomiarów testowych dotyczących kątów pionowych.



2. Badanie wyniku pomiaru przewyższeń:

a) za pomocą współczynników:

- spłaszczenia (ekscesu)  $e$

- asymetrii (skośności)  $S$ :

(z tab. 3`)

$$e = -1,3346 \quad ; \quad m_e = \pm 0,7035$$

$$S = 0,2978 \quad ; \quad m_S = \pm 0,3815$$

Powyższe wartości badanych parametrów oraz ich błędów średnich wskazują, że rozkład błędów jest zgodny z rozkładem normalnym. Należy zauważyć, że wartość ekscesu  $e$  leży bardzo blisko wartości krytycznej testu, co może wskazywać na zbyt małą dokładność pomiarów.

b) za pomocą testu Andersona-Darlinga: (z tab. 4)

$$A_1^2 = 1,350$$

$$A_{1kryt}^2 = 0,787$$

Ponieważ w tym przypadku  $A_1^2 > A_{1kryt}^2$ , co przy zastosowaniu testu prawostronnego, jakim jest stosowany test - wynik wskazuje na niezgodność rozkładu empirycznego z rozkładem normalnym, czyli na zbyt wielkie niedokładności pomiarów przewyższeń testowanym tachimetrem.

Ze względu na ten test, wyniki pomiaru przewyższeń zostały poddane badaniom kolejnego testu, a mianowicie Cramera – von Misesa.

#### PODSTAWY TEORETYCZNE TESTU CRAMERA VON MISESA

Statystykę testową określa wzór:

$$W^2 = n \int_{-\infty}^{+\infty} [F_n(x) - F(x)]^2 dF(x) \quad (7)$$

gdzie:

$F_n(x)$  – dystrybuanta rozkładu empirycznego

$F(x)$  – dystrybuanta rozkładu normalnego

$n$  – licznosc próby (ilość pomiarów)

Zazwyczaj do obliczeń stosuje się prostszy wzór:

$$W^2 = \sum_{i=1}^n \left[ z_i - \frac{(2i-1)}{2n} \right]^2 - \frac{1}{12n} \quad (8)$$

$$W_1^2 = \left(1 + \frac{0,5}{n}\right) \cdot W^2 \quad (9)$$

gdzie:  $z_i = F(u_i)$

Wartość krytyczna testu dla  $\alpha = 0,05$  wynosi 0,179 a ponieważ test jest prawostronny hipotezę o normalności rozkładu empirycznego odrzucamy, gdy

$$W_1^2 > W_{1kryt}^2$$

### WYNIKI POMIARÓW I OBLICZENIA TESTOWE DLA TESTU CRAMERA VON MISESA

**Tabela 5.** Wyniki pomiarów i obliczenia testowe dla testu Cramera von Mileasa

$n$	$x_i$ [m]	$x_i - \bar{x}$	$u_i$	$z_i = F(u_i)$	$(2i - 1)/2n$	$z_i - [(2i - 1)/2n]$	$(z_i - [(2i - 1)/2n])^2$	
1	36,382	-0,0112	-1,504	0,0668	0,0278	0,0390	0,0015	$\bar{x} = 36,3932$
2	36,384	-0,0092	-1,235	0,1093	0,0556	0,0537	0,0029	$V(x) = 0,00005511$
3	36,385	-0,0082	-1,100	0,1357	0,0833	0,0524	0,0027	$\sigma = 0,00742390$
4	36,385	-0,0082	-1,100	0,1357	0,1111	0,0246	0,0006	
5	36,385	-0,0082	-1,100	0,1357	0,1389	-0,0032	0,0000	
6	36,385	-0,0082	-1,100	0,1357	0,1667	-0,0310	0,0010	
7	36,386	-0,0072	-0,965	0,1660	0,1944	-0,0284	0,0008	
8	36,386	-0,0072	-0,965	0,1660	0,2222	-0,0562	0,0032	
9	36,386	-0,0072	-0,965	0,1660	0,2500	-0,0840	0,0071	
10	36,387	-0,0062	-0,831	0,2005	0,2778	-0,0773	0,0060	
11	36,387	-0,0062	-0,831	0,2005	0,3056	-0,1051	0,0110	
12	36,387	-0,0062	-0,831	0,2005	0,3333	-0,1328	0,0176	
13	36,387	-0,0062	-0,831	0,2005	0,3611	-0,1606	0,0258	
14	36,388	-0,0052	-0,696	0,2420	0,3889	-0,1469	0,0216	
15	36,390	-0,0032	-0,427	0,3336	0,4167	-0,0831	0,0069	
16	36,390	-0,0032	-0,427	0,3336	0,4444	-0,1108	0,0123	
17	36,390	-0,0032	-0,427	0,3336	0,4722	-0,1386	0,0192	
18	36,391	-0,0022	-0,292	0,3859	0,5000	-0,1141	0,0130	
19	36,392	-0,0012	-0,157	0,4364	0,5278	-0,0914	0,0083	
20	36,393	-0,0002	-0,022	0,4920	0,5556	-0,0636	0,0040	
21	36,393	-0,0002	-0,022	0,4920	0,5833	-0,0913	0,0083	
22	36,393	-0,0002	-0,022	0,4920	0,6111	-0,1191	0,0142	
23	36,397	0,0038	0,516	0,6985	0,6389	0,0596	0,0036	
24	36,397	0,0038	0,516	0,6985	0,6667	0,0318	0,0010	
25	36,399	0,0058	0,786	0,7852	0,6944	0,0908	0,0082	
26	36,400	0,0068	0,920	0,8212	0,7222	0,0990	0,0098	
27	36,401	0,0078	1,055	0,8554	0,7500	0,1054	0,0111	
28	36,401	0,0078	1,055	0,8554	0,7778	0,0776	0,0060	
29	36,401	0,0078	1,055	0,8554	0,8056	0,0498	0,0025	

$n$	$x_i$ [m]	$x_i - \bar{x}$	$u_i$	$z_i = F(u_i)$	$(2i-1)/2n$	$z_i - [(2i-1)/2n]$	$(z_i - [(2i-1)/2n])^2$
30	36,402	0,0088	1,190	0,8830	0,8333	0,0497	0,0025
31	36,403	0,0098	1,325	0,9066	0,8611	0,0455	0,0021
32	36,403	0,0098	1,325	0,9066	0,8889	0,0177	0,0003
33	36,403	0,0098	1,325	0,9066	0,9167	-0,0101	0,0001
34	36,404	0,0108	1,459	0,9279	0,9444	-0,0165	0,0003
35	36,405	0,0118	1,594	0,9441	0,9722	-0,0281	0,0008
36	36,406	0,0128	1,729	0,9582	1,0000	-0,0418	0,0017
$\Sigma$	1310,154	0,0000	0,000			-0,937	0,2381

Ponieważ  $W_1^2 = 0,2381 + 0,0023 = 0,2404$

a  $W_{1kryt}^2 = 0,179$ ,

test potwierdza że rozkład empiryczny nie jest rozkładem normalnym, czyli zbyt małą dokładność pomiarów testowych.

### WNIOSKI

1. Poprawność pomiarów kątów pionowych testowanym tachimetrem potwierdziły obydwie stosowane testy statystyczne.

2. Dla pomiarów przewyższeń test parametrów: ekscesu  $e$  i skośności  $S$  wprawdzie również nie dał podstaw do odrzucenia hipotezy o normalności rozkładu empirycznego, ale wartość współczynnika ekscesu była bliska jego wartości krytycznej.

3. Test Andersona – Darlinga zdecydowanie dał odpowiedź negatywną dla normalności rozkładu błędów pomiarów.

4. Zastosowany dla ostatecznego wyjaśnienia jakości pomiaru przewyższeń test Cramera – von Misesa potwierdził, że pomiary te są obarczone zbyt dużymi błędami.

5. Testowany tachimetr elektroniczny NIKON NPL-352 nadaje się do pomiaru kątów pionowych, ale przed rektyfikacją – nie powinno się go stosować do pomiaru przewyższeń.

### BIBLIOGRAFIA

- Godek K., Krupiński W. *Dokładność pomiarów wykonywanych precyzyjnym tachimetrem elektronicznym w świetle badań statystyki matematycznej*. 2011.
- Jagielski A. *Geodezja II. Wyd. II*, Wydawnictwo GEODPIS. Kraków 2007.
- Kasietczuk B. *Analiza statystyczna geodezyjnej sieci testowej „Kortowo 2”* ZN AR-T, Olsztyn 1993.
- Krysicki W. i in. *Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna w zadaniach. Cz.II*. Statystyka matematyczna. PWN, W-wa 1986.

*Klemens Godek, Waldemar Krupiński*

---

Lizończyk M. *Nominalna dokładność instrumentów pomiarowych a ich dokładność użytkowa, rozważania związane z lekturą normy PN/ISO 8322*. Przegląd Geodezyjny Nr 3, Warszawa 2000.

Ney B. *Kryteria zgodności rozkładów empirycznych z modelami*. Zeszyty Naukowe PAN, Geodezja 7, Kraków 1970.

Opracowanie redakcyjne. *Niewiele nowości*. Geodeta , nr 12. Warszawa 2003.

Pawłowski W. *Procedury ustalania dokładności użytkowej instrumentów pomiarowych według nowej Polskiej Normy PN/ISO 8322*. Przegląd Geodezyjny Nr 2. Warszawa. 1997.

Piasek Z. *Geodezja budowlana dla inżynierii środowiska*. Wyd. PK, Kraków. 2000.

Dr hab. inż. Waldemar Krupiński, prof. UR  
Department of Land Surveying  
University of Agriculture in Krakow  
Dr hab. inż. Waldemar Krupiński, prof. UR  
Katedra Geodezji  
Uniwersytet Rolniczy w Krakowie  
ul. Balicka 253a  
30-198 Kraków  
telefon: +4812 6624512

Dr inż. Klemens Godek  
Department of Land Surveying  
University of Agriculture in Krakow  
Dr inż. Klemens Godek  
Katedra Geodezji  
Uniwersytet Rolniczy w Krakowie  
ul. Balicka 253a  
30-198 Kraków  
e-mail: rmgodek@cyf-ke.edu.pl  
telefon: +4812 6624540

Recenzent: *Prof. dr hab.inż. Ryszard Hycner*